November 2002

第 I 种非对称两态叠加 多模叠加态光场的奇次幂 N 次方 Y 压缩^{*}

韩小卫1 杨志勇2,3 侯 洵2,4

(1 渭南师范学院量子光学与光子学研究室, 渭南 714000)

(2 西北大学光子学与光子技术研究所,西北大学光电子技术省级重点开放实验室,西安 710069) (3 西北大学现代物理研究所,西安 710069)

(4 中国科学院西安光学精密机械研究所, 瞬态光学技术国家重点实验室, 西安 710068)

摘 要 本文利用多模压缩理论,研究了第 Γ 种非对称两态叠加多模叠加态光场 $|\Psi_{\Gamma}^{(ab)}\rangle_{q}$ 的 广义非线性奇次幂 N次方 Y 压缩特性,结果发现:在压缩幂次数 N 取奇数时,若构成态 $|\Psi_{\Gamma}^{(ab)}\rangle_{q}$ 的宏观上可以分辨的两个量子光场态的强度和各对应模初始相位不相等时,态 $|\Psi_{\Gamma}^{(ab)}\rangle_{q}$ 的第一或第二正交分量在一定条件下总可分别呈现出周期性变化的奇次幂 N 次方 Y 压缩的效应 · 这一结果与文献 4 的研究报道截然不同 ·

关键词 非对称两态叠加;奇次幂 N 次方 Y 压缩效应;奇次幂 N-Y 测不准态

0 引言

众所周知,有关模光场的广义非线性高次压缩特性的理论研究,已成为当前多模非经典光场研究领域的一个前沿性热点研究课题.人们曾分别对各种两对称态叠加多模叠加态光场的 N 次方 Y 压缩和 N 次方 H 压缩特性进行了详细研究,得到了一系列重要的结论 $^{1\sim 6}$. 本文在文献 7 的基础上,详细研究了第 I 种强度不等的非对称两态叠加多模叠加态光场 $|\Psi|^{(ab)}$ q 的广义非线性奇次幂 N 次方 Y 压缩特性,得到了与文献 4 截然不同的理论结果.

1 杰 $|\Psi^{(ab)}_{l}|_q$ 的基本结构

本文所研究的第I 种非对称两态叠加多模叠加态光场 $|\Psi^{ab}\rangle_q$ 实质是一种典型的强度不等的非对称两态叠加多模振幅——相位混合薛定谔猫态光场,其表示式为

$$|\Psi_{\rm I}^{({\rm ab})}\rangle q = C_{nq}^{({\rm aR})} |\{-Z_{j}^{({\rm a})^{*}}\}\rangle q + C_{pq}^{({\rm bI})} |\{iZ_{j}^{({\rm b})^{*}}\}\rangle q$$
 (1)

士 中

$$C_{nq}^{(aR)} = r_{nq}^{(aR)} \exp(i \theta_{nq}^{(aR)}) \qquad C_{pq}^{(bI)} = r_{pq}^{(bI)} \exp(i \theta_{pq}^{(bI)})$$
 (2)

$$Z_{j}^{(a)} = R_{j}^{(a)} \exp(i \varphi_{j}^{(a)})$$
 $Z_{j}^{(b)} = R_{j}^{(b)} \exp(i \varphi_{j}^{(b)})$ $(j=1,2,3,...,q)$ 态 $|\Psi_{I}^{(ab)}\rangle_{q}$ 的正交归一条件为

^{*} 陕西省自然科学基金(批准号: 2000SL10 和 2001SL04)、陕西省教育厅专项科研基金(批基号: 99JK091)和西北大学科学基金(批准号: 99NW38)资助项目

⁽C) 地名-2024 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

2 一般理论结果

对于态 $|\Psi_1^{(ab)}\rangle_q$ 而言,根据文献 $1\sim2$ 所述的有关多模 N 次方 Y 压缩的定义,并利用本文的式 $(1)\sim(4)$,经大量的繁复计算即可得到态 $|\Psi_1^{(ab)}\rangle_q$ 的等次幂 N 次方 Y 压缩的一般理论结果为

$$\begin{split} W_1 = & \frac{4}{N} \Delta Y_1^2(N) \phi \sim ([\text{Aq}(N), \lambda_q^+(N)]) \\ &= \frac{2}{q} |_{T_{qq}^{(M)^2}} |_{T_{qq}^{(N)}} |_{T_{qq}^{(N)^2}} |$$

3 态 $|\Psi_I^{(ab)}\rangle_q$ 的奇次幂N次方Y压缩效应

- 3.1 压缩幂次数 N=2P+1 且 P=2m (m=1,2,3,...,...)的情形
- 3.1.1 第一正交分量的压缩情况

若各模的初始相位 φ(a)、φ(b) 满足条件

$$(4m+1)$$
 $\varphi_j^{(a)} = \pm K^{(a)}_{\varphi_j} \pi + \pi/2$ $(4m+1)$ $\varphi_j^{(b)} = \pm K^{(b)}_{\varphi_j} \pi$ $(K^{(a)}_{\varphi_j}, K^{(b)}_{\varphi_j} = 0, 1, 2, \dots, \dots)$ (7) 则式(5)和式(6)可化为

$$\begin{split} W_{1} = & -\frac{2}{q} \{ \sum_{j=1}^{d} R_{j}^{(a)(4m+1)} \mp \sum_{j=1}^{d} R_{j}^{(b)(4m+1)} \}^{2} \{ \cos\{ (\theta_{pq}^{(bl)} - \theta_{nq}^{(aR)}) - \sum_{j=1}^{d} [R_{j}^{(a)} R_{j}^{(b)} \cos(\varphi_{j}^{(a)} - \varphi_{j}^{(b)})] \} \\ & \bullet r_{nq}^{(aR)} r_{pq}^{(bl)} \{ \sum_{j=1}^{d} [-\frac{1}{2} (R_{j}^{(a)^{2}} + R_{j}^{(b)^{2}}) + R_{j}^{(a)}) R_{j}^{(b)}) \sin(\varphi_{j}^{(a)} - \varphi_{j}^{(b)})] \} \\ & + 2 \{ r_{nq}^{(aR)} r_{pq}^{(bl)} \exp\{ \sum_{j=1}^{d} [-\frac{1}{2} (R_{j}^{(a)^{2}} + R_{j}^{(b)^{2}}) + R_{j}^{(a)} R_{j}^{(b)} \sin(\varphi_{j}^{(a)} - \varphi_{j}^{(b)})] \} \\ & \bullet \sin\{ (\theta_{pq}^{(bl)} - \theta_{nq}^{(aR)}) - \sum_{j=1}^{d} [R_{j}^{(a)} R_{j}^{(b)} \cos(\varphi_{j}^{(a)} - \varphi_{j}^{(b)})] \} \}^{2} \} \end{split}$$

$$(8)$$

$$W_{2} = \frac{1}{q} \left\{ 4 r_{nq}^{(aR)^{2}} \left[\sum_{j=1}^{q} R_{j}^{(a)(4m+1)} \right]^{2} + 4 r_{pq}^{(bI)^{2}} \left[\sum_{j=1}^{q} R^{(b)(4m+1)} \right]^{2} + 2 r_{nq}^{(aR)} r_{pq}^{(bI)} \exp \left\{ \sum_{j=1}^{q} \left[-\frac{1}{2} \left(R_{j}^{(a)^{2}} + R_{j}^{(b)^{2}} \right) \right] + R_{j}^{(a)} R_{j}^{(b)} \sin \left(\varphi_{j}^{(a)} - \varphi_{j}^{(b)} \right) \right] \right\} \cos \left\{ \left(\theta_{pq}^{(bI)} - \theta_{nq}^{(aR)} \right) - \sum_{j=1}^{q} \left[R_{j}^{(a)} R_{j}^{(b)} \cos \left(\varphi_{j}^{(a)} - \varphi_{j}^{(b)} \right) \right] \right\} \right\} + \left\{ \sum_{j=1}^{q} R_{j}^{(a)(4m+1)} \pm \sum_{j=1}^{q} R_{j}^{(b)(4m+1)} \right\}^{2} - 4 \left\{ r_{nq}^{(aR)^{2}} \sum_{j=1}^{q} R_{j}^{(a)(4m+1)} \pm r_{pq}^{(bI)^{2}} \sum_{j=1}^{q} R_{j}^{(b)(4m+1)} + r_{nq}^{(aR)} r_{pq}^{(bI)} \exp \left\{ \sum_{j=1}^{q} \left[-\frac{1}{2} \left(R_{j}^{(a)^{2}} + R_{j}^{(b)^{2}} \right) + R_{j}^{(a)} R_{j}^{(b)} \sin \left(\varphi_{j}^{(a)} - \varphi_{j}^{(b)} \right) \right] \right\} \cos \left\{ \left(\theta_{pq}^{(bI)} - \theta_{nq}^{(aR)} \right) - \sum_{j=1}^{q} \left[R_{j}^{(a)} R_{j}^{(b)} \left[\cos \left(\varphi_{j}^{(a)} - \varphi_{j}^{(b)} \right) \right] \right\} \left\{ \sum_{j=1}^{q} R_{j}^{(a)(4m+1)} \pm \sum_{j=1}^{q} R_{j}^{(b)(4m+1)} \right\} \right\}^{2} \right\}$$

$$(9)$$

式(7)中,当 $K^{\varphi(a)}$ 与 $K^{\varphi(b)}$ 取同奇(或同偶)时,式(8)及式(9)中的双运算符号只取上运算符号.否则只取下运算符号.

- 1)当 $K^{\varphi(a)}$ 与 $K^{\varphi(b)}$ 同时取偶数或者取奇数时,①如果 $\int_{j=1}^{\infty} R_j^{(a)(4m+1)} = \int_{j=1}^{\infty} R_j^{(b)(4m+1)}$,则式(8)和式(9)可化为: $W_1 \equiv W_2 \equiv 0$,即态 $|\Psi^{(ab)}\rangle$ q 恒处于等次幂 N-Y 最小测不准态.②如果 $\int_{j=1}^{\infty} R_j^{(a)(4m+1)} \neq \int_{j=1}^{\infty} R_j^{(b)(4m+1)}$,并且态间的初始相位差以及各单模相干态光场的光子干涉项之和满足条件 $\{(\theta_{pq}^{(bl)} \theta_{pq}^{(aR)}) \int_{j=1}^{\infty} [R_j^{(a)} R_j^{(b)} \cos(\varphi_j^{(a)} \varphi_j^{(b)})]\} \in [\pm 2 K\pi \pi/2, \pm 2 K\pi + \pi/2](K = 0, 1, 2, \cdots)$ 时,式(8)和式(9)可化为 $W_1 < 0$; $W_2 > 0$. 即态 $|\Psi^{(ab)}\rangle$ q 的第一正交分量总可呈现出周期性变化的奇次幂N(N = 4m+1)次方 Y 压缩效应,其压缩程度和压缩深度,分别与腔模总数q、压缩幂次数N,以及各单模光场的强度 $R_j^{(a)}$ 、 $R_j^{(b)}$ 等非线性相关.
- 2)当 $K^{\varphi^{(a)}}$ 与 $K^{\varphi^{(b)}}$ 这两者一个取偶数另一个取奇数时,并且态间的初始相位差以及各单模相干态光场的光子干涉项之和满足条件 $\{(\theta_{pq}^{(bI)}-\theta_{nq}^{(aR)})-\sum\limits_{j=1}^{q}[R_{j}^{(a)}R_{j}^{(b)}\cos(\varphi_{j}^{(a)}-\varphi_{j}^{(b)})]\}\in[\pm2K\pi-\pi/2,\pm2K\pi+\pi/2](K=0,1,2,\dots,\dots)$ 时,式(8)和式(9)可化为 $W_{1}<0$; $W_{2}>$,即态 $|\Psi_{1}^{(ab)}>_{q}$ 的第一正交分量总可呈现出周期性变化的奇次幂 N(N=4m+1)次方 Y 压缩效应.

3.1.2 第二正交分量的压缩情况

在压缩阶数 N=4m+1 的条件下,各模的初始相位 $\varphi_j^{(a)}$ 与 $\varphi_j^{(b)}(j=0,1,2...,...)$ 满足条件 $(4m+1)\,\varphi_j^{(a)}=\pm\,K_j^{(a)}\pi,(4m+1)\,\varphi_j^{(b)}=\pm\,K_j^{(b)}\pi+\pi/2$ $(K_j^{(a)},K_j^{(b)}=0,1,2,...,...)$ 时,

- 1) 当 $K^{\varphi^{(a)}}$ 与 $K^{\varphi^{(b)}}$ 同时取偶数或者奇数时,在一定条件下,态 $|\Psi^{(ab)}\rangle_q$ 恒处于奇次幂 N-Y 最小测不准态或呈现出第二正交分量的等次幂 $N(N=4\,m+1)$ 次方 Y 压缩效应.
- 2) 当 $K^{\varphi(a)}$ 与 $K^{\varphi(b)}$ 这两者中一个取偶数另一个取奇数时,态 $|\Psi(ab)\rangle$ q 的第二正交分量在一定条件下总可是现出周期性变化的奇次幂 N.次方、Y.压缩效应 g House. All rights reserved. http://www.cnki.net

- 3.2 压缩幂次数 N=2P+1 且 P=2m+1 的情形
- 3.2.1 考虑 $R_i^{(a)} = R_i^{(b)}$ 且 $\varphi_i^{(a)} = \varphi_i^{(b)}$ 的特殊情形——简并测不准态

当 N=2P+1, P=2m+1 且 $R_j^{(a)}=R_j^{(b)}$ 、 $\varphi_j^{(a)}=\varphi_j^{(b)}$ 、 $r_{nq}^{(aR)}=r_{pq}^{(bI)}$ 时, 各模的初始相位 $\varphi_j^{(a)}$ ($\varphi_j^{(b)}$) 在一定量子化条件下, $W_1=W_2\neq 0$,即态 $|\Psi_j^{(ab)}\rangle_q$ 处于奇次幂 N-Y 测不准态.在一定条件下本文所描述的态 $|\Psi_j^{(ab)}\rangle_q$ 与文献 4 所研究的态 $|\Psi_j^{(ab)}\rangle_q$ 这两个截然不同的量子光场态却具有完全相同特性,这种现象称为简并测不准态.

3.2.2 考虑 $R_i^{(a)} \neq R_i^{(b)}$ 、 $\varphi_i^{(a)} \neq \varphi_i^{(b)}$ 的一般情形

当各模的初始相位 φ(a)、φ(b) 满足条件

$$\begin{cases} (4_m+3)\varphi_j^{(a)} = \pm K^{(a)}\varphi_{\pi} + \pi/2 \\ (4_m+3)\varphi_j^{(b)} = \pm K_{\varphi}^{(b)}\pi \end{cases} (4_m+3)\varphi_j^{(a)} = \pm K_{\varphi}^{(a)} \\ (4_m+3)\varphi_j^{(b)} = \pm K_{\varphi}^{(b)}\pi + \pi/2 \end{cases} (K_{\varphi}^{(a)}, K_{\varphi}^{(b)} = 0, 1, 2, \dots, \dots) \exists j,$$

 $\{(\theta_{pq}^{(bl)} - \theta_{nq}^{(aR)}) - \sum_{j=1}^{n} [R_{j}^{(a)} R_{j}^{(b)} \cos(\varphi_{j}^{(a)} - \varphi_{j}^{(b)})]\}$ 在一些特定的闭区间内连续取值时, 态 $|\Psi_{l}^{(ab)}\rangle_{q}$ 的第一或第二正交分量可分别呈现出周期性变化的奇次幂 N(N=4m+3)次方 Y 压缩效应 · 因篇幅有限,不再详述 ·

4 结论

当压缩幂次数 N 取奇数时,态 $|\Psi^{(ab)}\rangle_q$ 在一定条件下总可呈现出周期性变化的、任意奇次幂 N 次方 Y 压缩效应 · 这一结果,与现有文献报道的结果截然不同 · 当 $R_j^{(a)} = R_j^{(b)}$ 且 $\varphi_j^{(a)} = \varphi_j^{(b)}$ 时,态 $|\Psi_j^{(ab)}\rangle_q$ 便退化为由两对称态的线形叠加所组成的普通多模叠加态光场 · 在这种情况下,态 $|\Psi_j^{(ab)}\rangle_q$ 与文献 4 所研究的态 $|\Psi\rangle_q$ 可呈现出等幂次简并测不准态现象 · 由此可见,两对称态的线形叠加是导致两态叠加多模叠加态光场呈现简并测不准态的根源,而两非对称态的线形叠加则是解除该简并的有效途径 ·

参考文献

- 1 侯洵,杨志勇.第I类两态叠加多模叠加态光场的非线性高阶压缩特性研究.光子学报,1998,27(10): $865\sim878$
- 2 杨志勇,侯洵、第Ⅱ类两态叠加多模叠加态光场的非线性高阶压缩特性研究、光子学报,1998,27(11),961~974
- 3 杨志勇, 侯洵. 多模辐射场的广义非线性不等阶压缩的一般理论. 光子学报, 1999, 28(5): 387~392
- 4 刘伟民,侯瑶,杨志勇等 · 一种新型的两态叠加多模 Schrödinger 猫态光场的等阶 N 次方 Y 压缩 · 光子学报, 1999, 28 (10) . $869 \sim 889$
- 5 杨志勇,张书玲,侯瑶等.第 ∨ 类两态叠加多模态光场的等阶 ∧ 次方 ∨ 压缩特性研究.光子学报,2001,30(6):641 \sim 650
- 6 韩小卫, 杨志勇等, 第 I 两态叠加多模叠加态光场 N 次方 Y 压缩, 西北大学学报, 2001, 31(131): 19~22
- 7 韩小卫,杨志勇等 · 一种强度不对称的两态叠加多模叠加态光场的等阶 N 次方 H 压缩特性研究 · 量子光学学报, $2001,7(3):113\sim117$

THE PROPERTIES OF ODD NUMBER POWER *N*-TH POWER Y-SQUEEZING IN THE FIRST KIND OF ASYMMETRICAL MULTIMODE SUPERPOSITION STATE LIGHT FIELD WITH THE SUPERPOSITION OF TWO QUANTUM STATES *

 ${\rm Han~Xiaowei}^1 \quad {\rm Yang~Zhiyoug}^{2,3} \quad {\rm Hou~Xun}^{2,4}$

- 1 Research Section of Quantum Optics & Photonics, Wei'nan Normal College, Wei'nan, 714000
- Institute of Photonics & Photon-Technology, and Provincial Key Laboratory of Photoelectronic Technology, Northwest University, Xi'an 710069
 - 3 Institute of Moden Physics, Northwest Umiversity, Xi'an 710069
- 4 Xi'an Institute of Optics & Precision Mechanics, and State Key Labortory of Transient Optical Technology, the Academy of Sciences of China, Xi'an 710068

 Received date: 2002-01-25

Abstract The properties of odd-number power N-th power Y-squeezing in the first kind of asymmetrical multimode superposition state light field $|\Psi_{\rm I}^{\rm (ab)}\rangle \ q$ with the superposition of two quantum states is studied in detail, by using the theory of multimode squeezed states. It is found that if the squeezed power number is an odd number, and if the intensity of the two quantum light fieled states which compose of the state $|\Psi_{\rm I}^{\rm (ab)}\rangle \ q$ are unequal, under some certain conditions the state $|\Psi_{\rm I}^{\rm (ab)}\rangle \ q$ displays the effects of any odd-number-power equal-power N-th power Y-squeezing, that changes periodically. This result is entirely different from the result reported in current references.

Keywords Superposition of two asymmetrical quantum states; Odd-number-power N-th power Y-squeezing; Odd-number-N-Y minimum uncertainty state



Han Xiaowei was born in 1968. He earned B. Sc in Physics from Shaan'xi Normal University in 1992, Now he works at Physics Department of Weinan Normal College as a lecturer of Physics. Currently as a M. Sc candidate, he is studing at Institude of Photonics & Photo-Technology of Northwest University, and his major research fields include quantum optics and nonlinear optics.