

多原子-腔系统中的量子信息传递^{*}

赖振讲^{1,2} 李莉莎¹ 侯 洵^{1,3} 白晋涛¹ 杨志勇¹

(1 西北大学光子学与光子技术研究所, 西北大学光电子技术省级重点实验室, 西安 710069)
(2 河南师范大学物理系, 新乡 453002)
(3 中国科学院西安光学精密机械研究所, 瞬态光学技术国家重点实验室, 西安 710068)

摘 要 提出了一个多原子-腔组成的物理系统, 并讨论了发生在该系统中量子信息的交换和传递过程, 结果发现: 由最低两个 Fock 态 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 任意组成的光量子态腔场, 当处于基态的原子以特定的速度通过腔时, 原子都能带走腔中的量子态并据为己有; 反之, 由两能级原子的基态 $|g\rangle$ 和激发态 $|e\rangle$ 任意组成的量子态, 当原子以特定的速度通过处于真空态的腔时, 原子都能把携带的量子态释放于腔中, 实现了腔-原子之间的信息交换. 利用原子能够捡起、释放量子信息这一特点, 进一步讨论了把原子作为运输工具实现腔-腔之间异地量子信息传递的物理过程.

关键词 量子信息学; 量子信息传递; 多原子-腔系统; 纠缠态

中图分类号 O431 **文献标识码** A

0 引言

自从 1963 年 Jaynes 和 Cummings^[1] 提出表征单模量子化光场和单个理想的二能级原子相互作用的 J-C 模型以来, 围绕着该模型人们作了大量的富有成效的工作, 使量子光学领域出现了一系列全新的、具有重大突破性的新进展^[2]. 同时 J-C 模型也出现了许多新形式: 像兼并多光子^[3]、缀饰多光子^[4]、单双模光场与三能级及多能级原子相互作用^[5]以及非旋波近似^[6]等广义 J-C 模型, 揭示了大量的物理规律, 丰富了人们对光与物质相互作用的认识. 但是所有这些都是在围绕一个腔以不同的作用方式展开的. 在近几年兴起的量子信息学领域, 以 J-C 模型为基础的理论和实验研究也广为关注, 人们把原子和光子作为量子信息的携带者, 并利用其以非经典的方法进行量子信息的储存和处理^[7]. 如: 利用腔内光子场与原子的相互作用实现了对场和原子态的操纵和控制, 完成了“atom-cavity CNOT”门和“cavity-atom CNOT”门操作^[8], 这里虽然存在着对多个腔的讨论, 然而这多余的腔都是作为辅助腔来处理, 并没有进行系统的分析. 这里我们把单个原子与单模光场相互作用的 J-C 模型推广到由 N 个原子和 N 个腔中 N 模量子化光场分别独立相互作用的组合系统中, 初看起来该模型是平庸的, 但用量子信息学的观点审视此模型, 他蕴含着一些重要的物理过程和物理现

象.

1 模型及其解

考虑图 1 所示原子和腔组成的物理系统, N 个

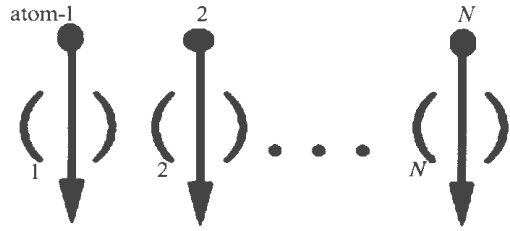


图 1 N 个可运动的原子和 N 个腔组成的联合系统示意图, 箭头指向原子的运动方向
Fig. 1 Schematic diagram of the joint system consists of N cavities and N movable atoms, the arrows show the direction of atomic motion

可运动的二能级原子——对应的穿过 N 个腔, 箭头表示原子的运动方向, 设 $|e_j\rangle$ 、 $|g_j\rangle$ 分别表示第 j 个原子的激发态和基态, a_j (a_j^+) 表示第 j 个腔中光子场的湮没(产生)算符. 假设腔场和原子发生共振相互作用, 在相互作用表象中系统的哈密顿量可写为(取 $\hbar$)

$$H_I = \sum_{j=1}^N H_j = \sum_{j=1}^N \lambda_j f(x_j) (|e_j\rangle\langle g_j| a_j + a_j^+ |g_j\rangle\langle e_j|) \quad (1)$$

式中 λ_j 是第 j 个腔中原子-场耦合常数, $f(x_j)$ 是由于原子的运动作为腔中的位置位置的函数而对原子-场耦合常数的修正^[8]. 这里取 $f(x_j) = 1$, $\lambda_j = \lambda$, $j = 1, 2, \dots, N$. 系统态矢量的演化算符 $\hat{A}(t)$ 是满足微分方程和初始条件: $(\frac{d\hat{A}(t)}{dt} = H_I \hat{A}(t), \hat{A}(0) = I_N$ (I_N 是 2^N 维空间中的单位矩阵)的解, 其表达式为 $\hat{A}(t) = \exp(-i \sum_{j=1}^N H_j t) = \prod_{j=1}^N \exp(-i H_j t) = \prod_{j=1}^N \hat{A}_j(t)$

^{*} 陕西省自然科学基金(批准号: 2001SL04; 2000SL10)资助项目
Tel: 0373-3325912 Email: laizhenjiang@sina.com
中国知网 http://www.cnki.net
收稿日期: 2003-10-24

$$\dot{A}(t)=\prod_{j=1}^N\bigotimes_{k=1}^{j-1}1_k\otimes U_j(t)\otimes_{k=j+1}^N1_k=\bigotimes_{j=1}^N U_j(t) \tag{2}$$

式中 $U_j(t)$ 是满足描述第 j 个二能级原子与第 j 个腔场相互作用的微分方程和初始条件: $dU_j(t)/dt=H_jU_j(t)$ 、 $U_j(0)=I_2$ 的解, I_2 是 2 维空间中的单位矩阵. 若原子和腔场的初始态分别为: $|\Psi_a(0)\rangle$ 、 $|\Psi_f(0)\rangle$, 那么任意时刻的态矢量可写为

$$|\Psi_{a,f}(t)\rangle=\dot{A}(t)|\Psi_a(0)\rangle|\Psi_f(0)\rangle=\bigotimes_{j=1}^N U_j(t)|\Psi_a(0)\rangle|\Psi_f(0)\rangle \tag{3}$$

式中 $U_j(t)$ 在原子的基态和激发态所张成的二维空间中其矩阵形式为^[9]

$$U_j(t)=\begin{bmatrix} \cos(\lambda\sqrt{a_j a_j^+}) & -i\frac{a_j\sin(\lambda\sqrt{a_j a_j^+})}{\sqrt{a_j^+ a_j}} \\ -i\frac{a_j^+\sin(\lambda\sqrt{a_j a_j^+})}{\sqrt{a_j a_j^+}} & \cos(\lambda\sqrt{a_j^+ a_j^+}) \end{bmatrix} \tag{4}$$

2 从腔到原子的量子信息传递

为了简明又不失一般性,以三原子三腔为例说明该问题,为此首先写出三原子初始时都处于基态 ggg (注: $|ggg\rangle=|g_1,g_2,g_3\rangle$) 三腔场处于一般态 $|\Psi_f(0)\rangle=\sum_{n_1,n_2,n_3}F_{n_1,n_2,n_3}|n_1,n_2,n_3\rangle$ 时系统态矢量的演化表达式,根据方程(3)可得

$$\begin{aligned} |\Psi_{a,f}^{ggg}(t)\rangle &= \sum_{n_1,n_2,n_3}F_{n_1,n_2,n_3}[iS_1S_2S_3|eee,n_1-1,n_2-1,n_3-1\rangle - S_1S_2C_3|eeg,n_1-1,n_2-1,n_3\rangle - S_1C_2S_3|ege,n_1-1,n_2,n_3-1\rangle - iS_1C_2C_3|egg,n_1-1,n_2,n_3\rangle - C_1S_2S_3|gee,n_1,n_2-1,n_3-1\rangle - iC_1S_2C_3|geg,n_1,n_2-1,n_3\rangle - iC_1C_2S_3|gge,n_1,n_2,n_3-1\rangle + C_1C_2C_3|ggg,n_1,n_2,n_3\rangle] \end{aligned} \tag{5}$$

式中 $S_j=\sin(\lambda\sqrt{n_j})$, $C_j=\cos(\lambda\sqrt{n_j})$, $j=1,2,3$. 假设初始时腔中储存的量子信息是腔场的量子纠缠态 $|\Psi_f(0)\rangle=C_0|000\rangle_{n_1n_2n_3}+C_1|111\rangle_{n_1n_2n_3}$, 三个处于基态的原子 $t=0$ 是进入腔, $t=t_1$ 时原子飞出腔, 通过控制原子的运动速度使得 $\lambda_1=\pi/2$. 根据方程(5)可知

$$|\Psi_{a,f}^{ggg}(t_1)\rangle=(C_0|ggg\rangle+iC_1|eee\rangle)|000\rangle_{n_1n_2n_3} \tag{6}$$

由此可以看出从腔向原子传递量子信息的物理过程

$$|\Psi_{a,f}^{ggg}(0)\rangle=|ggg\rangle(C_0|000\rangle_{n_1n_2n_3}+C_1|111\rangle_{n_1n_2n_3})\xrightarrow{C}|\Psi_{a,f}^{ggg}(t_1)\rangle=(C_0|ggg\rangle+iC_1|eee\rangle)|000\rangle_{n_1n_2n_3} \tag{7}$$

由式(7)可见初始时储存于腔中的量子态信息除了一个相位因子外此时全部传递给了原子,腔场成了真空态,而原子处于纠缠态实现了腔到原子的信息传递. 同样,若 $|\Psi_f(0)\rangle=C_0|010\rangle_{n_1n_2n_3}+C_1|101\rangle_{n_1n_2n_3}$, 则可以证明(忽略了量子态的整体相位因子) $|\Psi_{a,f}^{ggg}(t_1)\rangle=(iC_0|geg\rangle+C_1|ege\rangle)|000\rangle_{n_1n_2n_3}$. 由方程(2)至(5)可知,这一过程可推广到由任意多个腔和原子组成的系统,例如,若

$$|\Psi_f(0)\rangle=C_0|00\dots0\rangle_{n_1n_2\dots n_N}+C_1|11\dots1\rangle_{n_1n_2\dots n_N},$$

则

$$|\Psi_{a,f}^{ggg}(t)\rangle=(C_0|gg\dots g\rangle_{12\dots N}+(-i)^NC_1|ee\dots e\rangle_{12\dots N})|00\dots0\rangle_{n_1n_2\dots n_N} \tag{8}$$

这一物理过程对由最低两个 FOCK 态组成的任意腔场量子态都使用.

3 从原子到腔的信息传递

仍以三原子三腔组成的系统为例说明该问题,为此首先写出三原子初始时都处于激发态 eee 三腔场处于一般态 $|\Psi_f(0)\rangle=\sum_{n_1,n_2,n_3}F_{n_1,n_2,n_3}|n_1,n_2,n_3\rangle$ 时系统态矢量的演化表达式

$$\begin{aligned} |\Psi_{a,f}^{eee}(t)\rangle &= \sum_{n_1,n_2,n_3}F_{n_1,n_2,n_3}[iS_1S_2S_3|ggg,n_1+1,n_2+1,n_3+1\rangle - S_1S_2C_3|gge,n_1+1,n_2+1,n_3\rangle - S_1C_2S_3|geg,n_1+1,n_2,n_3+1\rangle - iS_1C_2C_3|gee,n_1+1,n_2,n_3\rangle - C_1S_2S_3|egg,n_1,n_2+1,n_3+1\rangle - iC_1S_2C_3|ege,n_1,n_2+1,n_3\rangle - iC_1C_2S_3|eeg,n_1,n_2,n_3+1\rangle + C_1C_2C_3|eee,n_1,n_2,n_3\rangle] \end{aligned} \tag{9}$$

式中 $S_j=\sin(\lambda\sqrt{n_j+1})$, $C_j=\cos(\lambda\sqrt{n_j+1})$, $j=1,2,3$. 当原子初始时处于纠缠态: $|\Psi_a(0)\rangle=a_0|ggg\rangle+a_1|eee\rangle$, 而腔场处于一般态时,系统态矢量的演化是表达式(5)和(9)的和,即

$$|\Psi_{a,f}^{e/e}(t)\rangle=a_0|\Psi_{a,f}^{ggg}(t)\rangle+a_1|\Psi_{a,f}^{eee}(t)\rangle \tag{10}$$

因为我们的问题是量子信息从原子到腔的传递,所以假设初始式三个腔都处于真空态: $|\Psi_a(0)\rangle=|000\rangle_{n_1n_2n_3}$, 控制原子穿过腔的时间 $t_1=\pi/(2\lambda)$, 把这些条件带入方程(10)可得

$$|\Psi_{a,f}^{e/e}(t_1)\rangle=(a_0|000\rangle_{n_1n_2n_3}+ia_1|111\rangle_{n_1n_2n_3})|ggg\rangle \tag{11}$$

由式(11)可见实现了原子和腔场之间的纠缠交换. 这一物理过程同样可以推广到任意数目的腔和原子组成的系统.

4 两组腔之间的量子信息传递

考虑图 2 所示由两组腔和及 N 个原子组成的系统,每组有 N 个的腔排成一行. 假设初始时信息储存在腔中,即: $|\Psi_f^C(0)\rangle = (C_0|00\dots 0\rangle_{n_1 n_2\dots n_N} + C_1|11\dots 1\rangle_{n_1 n_2\dots n_N})$,我们可以用 N 个处于基态的原子——对应地先后穿过两组腔:即: $t=0\rightarrow t_1$ 原子穿过 C ; $t=t_2\rightarrow t_3$ 穿过 C' ; $t=t_1\rightarrow t_2$ 期间原子在腔外运动,保持其状态不变;通过控制原子的运动速度使 $\lambda_1=\lambda(t_3-t_2)=\pi/2$,就可以实现量子信息从 C 到 C' 的传递. 用数学表达式描述该物理过程可以写成

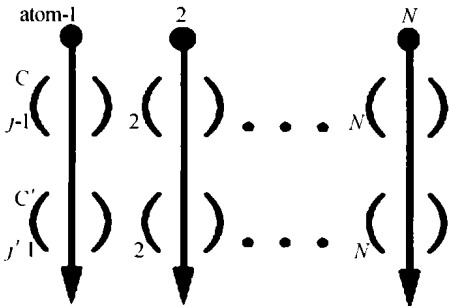


图 2 N 个可运动的原子和两组分别有 N 个腔的 C 和 C' 组成的联合系统示意图, j 和 j' 标记两组腔的序数,箭头指向原子的运动方向

Fig.2 Schematic diagram of the joint system consists of two sets of N cavities C and C' and N movable atoms, j and j' label the number of the two sets of the cavities, respectively, the arrows show the direction of atomic motion

$$\begin{aligned} &|gg\dots g\rangle (C_0|00\dots 0\rangle_{n_1 n_2\dots n_N}^C + C_1|11\dots 1\rangle_{n_1 n_2\dots n_N}^C) \cdot \\ &|00\dots 0\rangle_{n_1 n_2\dots n_N}^{C'} \xrightarrow{C} |00\dots 0\rangle_{n_1 n_2\dots n_N}^C (C_0|gg\dots g\rangle + \\ &(-i)^N C_1|ee\dots e\rangle) |00\dots 0\rangle_{n_1 n_2\dots n_N}^{C'} \xrightarrow{C'} |00\dots 0\rangle_{n_1 n_2\dots n_N}^C \cdot \\ &(C_0|00\dots 0\rangle_{n_1 n_2\dots n_N}^{C'} + (-1)^N C_1|11\dots 1\rangle_{n_1 n_2\dots n_N}^{C'}) \cdot \\ &|gg\dots g\rangle \end{aligned} \quad (12)$$

由式(12)可以看出,原子在这个过程中状态没有改变,它扮演了一个搬运工的角色,把信息从一个地方搬运到另一个地方,当 N 为偶数时这一过程是一次完美的剪贴过程,而当 N 为奇数时腔场信息除了一个相位因子外其它都一样,要达到完全的一致,可通过原子与腔的非共振相互作用改变腔场相位来实现^[7].

5 结论

文章讨论了多个原子及多个腔组成的物理系统

中量子信息的交换和传递. 分析表明由最低两个 FOCK 态 $|0\rangle$ 、 $|1\rangle$ 任意组成的腔场光量子态,不论是非局域性的纠缠态,还是局域性非纠缠态,当处于基态的原子以特定的速度通过腔时,原子都能捡起腔中的光量子态并为自己所有,实现腔到原子的信息交换. 反过来,由两能级原子的基态 $|g\rangle$ 和激发态 $|e\rangle$ 任意组成的量子态,不论是非局域性的纠缠态,还是局域性的非纠缠态,当原子以特定的速度通过处于真空态的腔时,原子都能把携带的信息放入腔中,实现原子到腔的信息交换. 利用原子这种能够捡起信息储存于自身并能够释放信息于腔中的特点,我们就可利用原子作为运输工具实现腔到腔的异地量子信息传递. 可以说这是利用原子的宏观运动实现量子信息传递的经典方法. 对于局域性的非纠缠态这种推广是没有意义的.

参考文献

- 1 Jaynes E T, Commings F W. Comparison of quantum and semi-classical radiation theories with application to the beam maser. *Proc IEEE*, 1963, **51**(1): 89~110
- 2 Bruce W S, Peter L K. Topical review the Jaynes-Cummings model. *J Mod Opt*, 1993, **40**(7): 1195~1238
- 3 Vogel W, Welsch D G. K-photon Jaynes-Cumming model with coherent atomic preparation: Squeezing and coherence. *Phys Rev*, **A40**(12): 7113~7120
- 4 Zhou P, Peng J S. Dressing multiphoton hamiltonian. *Chin Phys Lett*, 1992, **9**(1): 13~16
- 5 Li F L, Li X S, Li D L. Dynamics of an M-level atom interacting with cavity fields II: properties of photon statistics. *Phys Rev*, 1989, **A40**(9): 5129~5134
- 6 Crisp M D. Jaynes-Cummings model without the rotating-wave approximation. *Phys Rev*, 1991, **A43**(5): 2430~2435
- 7 Raimond J M, Brune M, Haroche S. Manipulation quantum entanglement with atoms and photons in a cavity. *Rev Mod Phys*, 2001, **73**(3): 565~582
- 8 Giovannetti V, Vitali D, Tombesi P, et al. Scalable quantum computing with cavity QED systems. *Phys Rev*, 2000, **A62**(3): 032306-1-11
- 9 Phoenix S J D, Knight P L. Fluctuations and entropy in models of quantum optical resonance. *Annals of Phys*, 1988, **186**: 381~400

Quantum Information Transfer Among the System of Many
Atoms and Cavities

Lai Zhenjiang^{1,2}, Li Lisha¹, Hou Xun^{1,3}, Bai Jintao¹, Yang Zhiyong¹

¹ *Institute of Photonics & Photon Technology, and Provincial Key Laboratory of Photoelectronic Technology,
Northwest University Xi'an 710069 P. R. China*

² *Department of Physics, Henan Normal University, Xinxiang 453002, P. R. China*

³ *Xi'an Institute of Optics & Precision Mechanics, and State Key Laboratory of Transient Optical Technology,
the Academy of Sciences of China, Xi'an 710068, P. R. China*

Received date: 2003-10-24

Abstract A Multi-cavity-atom physical model was proposed and the physical processes of quantum information transfer which happen to the system was discussed. It is found that atoms can pick up the quantum state and carry it out of the cavities in which there is a quantum state that consists of the lowest two Fock states $|0\rangle$ and $|1\rangle$ arbitrarily when the atoms, which all are initially in ground states, cross the cavities with a controlled speed. On the other hand the atoms can release the quantum state into the cavities when the atoms are in the state that consists of the ground states $|g\rangle$ and excited $|e\rangle$ arbitrarily and after the atoms cross the cavities. By this means one can realize the information exchange between cavities and atoms. We also discussed the information transfer between two sets of cavities through the atomic macroscopic motion via the twice passage of the cavities.

Keywords Quantum information science; Multi-cavity-atom model; Quantum information transfer; Entangled state



Lai Zhenjiang was born on September 10, 1954, in Henan province, P. R. China. He graduated from physics department of Henan Normal University. Since 1994 he has been an associate professor. Currently he has been a Ph. Dr. candidate in optics at Institute of Photonics & Photon Technology, and Provincial Key Laboratory of Photoelectronic Technology, Northwest University. Now he has published over 20 papers. And his major research fields include quantum optics, quantum information science, nonlinear optics, and quantum electronics.