两不同多模泛函相干态的叠加态的高次 H 压缩一广义电场分量的不等幂高次 H 压缩效应

魏世秀[1],杨志勇[2],侯 洵[1,3,4],刘宝盈[4]

(1.西安交通大学电子与信息工程学院,西安 710049;2.西安电子科技大学技术物理学院,西安 710071;3.中国科学院西安光学精密机械研究所,西安 710068;4.西北大学光子学与光子技术研究所,西安 710069)

提要:利用多模压缩态理论,研究了由多模泛函相干态 $|\{f_j(x,y,z)\}>_q$ 及其相反态 $|\{-f_j(x,y,z)\}>_q$ 的线性叠加所组成两态叠加多模叠加态光场 $|\Psi_{(f)}^{(2)}>_q$,的广义电场分量的不等幂次 N_j 次方 H 压缩特性。结果发现:当各模的压缩次数 N_j 之和为奇数时,态 $|\Psi_{(f)}^{(2)}>_q$ 在一定条件下可呈现出周期性变化的、广义非线性不等幂次 N_j 次方 H 压缩效应。

关键词:多模泛函相干态;两态叠加;多模叠加态光场;多模压缩态;广义电场分量;不等幂次 N_j 次方 H 压缩。

中图分类号:O431.2 **文献标识码**:A **文章编号**:0253-2743(2004)04-0058-03

Generaled nonlinear unequal-power higher-power H-squeezing of superposition state light-field composed of the two different multimode functional coherent states -On the effects of unequal-power higher-power H-sgueezing of generalized electric-field component

WEI Shi-xiu[1], YANG Zhi-yong[2], HOU Xun[1,3,4], LIU Bao-ying[4]

(1.School of Electronic & Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, .China;
2.Institute of Technology and Physics, Xidian University, Xi'an 710071, China;
3.Xi'an Institute of Optics and Precision Mechanics, the Academy of Science of China, Xi'an 710068, .China;
4.Institute of Photonics and Photon-Technology, Northwest University, Xi'an 710069, China)

Abstract: In this paper, the multimode squeezed state theory is utilized to study the characteristics of generalized nonlinear-unequal-power N_j-th power H-squeezing of generalized electric-field component in the state $|\Psi_{(f)}^{(2)}>_g$, made up of the linear superposition of multimode functional coherent state $|\{f_j(x,y,z)\}>_g$ and its contrary state $|\{-f_j(x,y,z)\}>_g$ according to the superposition principle of quantum state in quantum mechanics. It shows the results: under the condition of the sum of squeezing-power-number being an any odd-number, while some other fixed conditions are satisfied by the suate $|\Psi_{(f)}^{(2)}>_g$ the state $|\Psi_{(f)}^{(2)}>_g$ can display the effects of any generalized nonlinear unequal-power N_j-th power H-squeezing that changes periodically and alternatively.

Key words: multimode functional coherent state; two state superposition; multimode superposition state light-field; multimode squeezed state; generalized electric-field component; unequal-power N_J-th power H-squeezing

多模压缩态光场[1,6],以其极低的量子噪音涨落[1,7],在多纵模光量子信息论、多纵模量子光通信等高科技领域有着广阔的应用前景和重大的应用价值[5,7],因而使得这一研究成为当前量子光学领域内的前沿热点研究课题之一[8,13]。

人们利用多模压缩态理论[1,4],曾经对各种多模叠加态光场的广义非线性等幂次与不等幂次高次压缩特性做了大量研究[2,8-12]。并由此获得了一批具有重要影响的学术成果。最近,沈华嘉等人利用多模压缩态理论研究了激发对相干态光场的等阶 Y 压缩效应,并由此获得了一系列新的结果和结论[13]。但是,关于具有强度和振幅的任意空间分布的两多模泛函相干态的叠加态光场的广义非线性高次 H 压缩特性研究,迄今为止,未见任何报道。鉴于这一问题的重要性,本文将从理论上进行深入探讨。

收稿日期:2004-01-10

基金项目:陕西省自然科学基金项目(2001SL04);陕西省科技攻关项目(2002K05-G9)

作者简介:魏世秀(1976-),男,陕西富平人,西安交通大学硕士研究生,主要从事量子光学与光电子学领域的研究工作。

1 态 $|\Psi_{(f)}^{(2)}>_q$ 的数学结构

态 $|\Psi_{(f)}^{(2)}>_q$ 的数学表达式如下:

$$|\Psi_{(f)}^{(2)}>_q = C_1^{(f)}|\{f_j(x,y,z,)\}>_q + C_2^{(f)}|\{-f_j(x,y,z)\}>_q \tag{1}$$

式中,$C_1^{(f)}$ 和 $C_2^{(f)}$ 为两态叠加的复几率幅,$f_j(x,y,z)$ 为一任意的复解析函数,其中

$$\left.\begin{aligned} C_1^{(f)} &= r_1^{(f)}\exp[i\theta_1^{(f)}] \\ C_2^{(f)} &= r_2^{(f)}\exp[i\theta_2^{(f)}] \end{aligned}\right\} \tag{2}$$

$$\left.\begin{aligned} &f_j(x,y,z) = |f_j(x,y,z)|\exp[i\varphi_j(x,y,z)] \\ &(j=1,2,3\cdots,\cdots,q) \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

$|\{f_j(x,y,z)\}>_q$ 和 $|\{-f_j(x,y,z)\}>_q$ 分别为多模泛函相干态和其相反态,其表示如下:

$$|\{f_j(x,y,z)\}>_q = |f1(x,y,z),f2(x,y,z),\cdots,f_j(x,y,z),\cdots,f_{q-1}(x,y,z),f_q(x,y,z)>$$
$$= \exp\{-1/2[\sum_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^2]\}\sum_{\{n_j=0\}}^{\infty}\left\{\prod_{j=1}^{q}\left[\frac{f_j^{n_j}(x,y,z)}{\sqrt{n_j!}}\right]\right\}|\{n_j\}|>_q \tag{4}$$

$$|\{-f_j(x,y,z)\}>_q =$$
$$|-f_1(x,y,z),-f_2(x,y,z),\cdots,-f_j(x,y,z),\cdots,-f_{q-1}(x,y,z),-f_q(x,y,z)>$$

$$=\exp\{-1/2[\sum_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^2]\}\sum_{\{n_j=0\}}^{\infty}\left\{\prod_{j=1}^{q}\left[\frac{-f_j^{n_j}(x,y,z)}{\sqrt{n_j!}}\right]\right\}|\{n_j\}>_q \tag{5}$$

在以上各式中，q 为腔模总数；$|\{n_j\}>_q=|n_1,n_2,\cdots\cdots n_j\cdots\cdots n_q>$ 为多模光子数态，$|f_j(x,y,z)|^2$ 为多模泛函相干态光场中第 j 模光场的平均光子数。因 $|f_j(x,y,z)|^2$ 与光场的经典强度成正比，所以，$|f_j(x,y,z)|^2$ 也就表征了第 j 模光场经典强度的空间分布情况。显见，第 j 模光场平均光子数的方根 $|f_j(x,y,z)|$ 与光场经典实振幅成正比，它可用以表征第 j 模光场经典实振幅的空间分布情况。而 $f_j(x,y,z)$ 则与第 j 模光场的经典复振幅成正比，式(3)中的相位 $\varphi_j(x,y,z)$ 则可用以表征第 j 模光场经典相位的空间分布情况；而 $\sum_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^2$ 则为多模泛函相干态光场的总的平均光子数(即总的经典强度)的空间分布函数。

态 $|\Psi_{(f)}^{(2)}>_q$ 的归一化条件为

$${}_q\langle\Psi_{(f)}^{(2)}|\Psi_{(f)}^{(2)}\rangle_q=r_1^{(f)2}+r_2^{(f)2}+2r_1^{(f)}r_2^{(f)}\cos(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})\exp[-2\sum_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^2]=1 \tag{6}$$

2 一般理论结果

根据文献[1～4]所提出的多模光场的广义非线性不等幂次 N_j 次方 H 压缩的定义，结合本文的式(1)～(6)，经过计算，求得态 $|\Psi_{(f)}^{(2)}>_q$ 的广义电场分量(即第二正交相位分量)的广义非线性不等幂次 N_j 次方 H 压缩的一般理论结果如下：

$$4<\Delta H_2^2(N_j)_q>-<[B_q(N_j),B_q^{+}(N_j)]>=2\prod_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^{2N_j}\{[r_1^{(f)2}+r^{(f)2}]+(-1)^{\sum_{j=1}^{q}N_j}2r_1^{(f)}r_2^{(f)}\cos(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})\exp[-2\sum_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^2]-\cos\{2\sum_{j=1}^{q}[N_j\varphi_j(x,y,z)]\}-2\{[r_1^{(f)2}+(-1)^{\sum_{j=1}^{q}N_j}r_2^{(f)2}]\sin\{\sum_{j=1}^{q}[N_j\varphi_j(x,y,z)]\}+r_1^{(f)}r_2^{(f)}\{\sin\{\sum_{j=1}^{q}[N_j\varphi_j(x,y,z)]+(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})\}+(-1)^{\sum_{j=1}^{q}N_j}\sin\{\sum_{j=1}^{q}[N_j\varphi_j(x,y,z)]-(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})\}\}\exp[-2\sum_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^2]\}^2\} \tag{7}$$

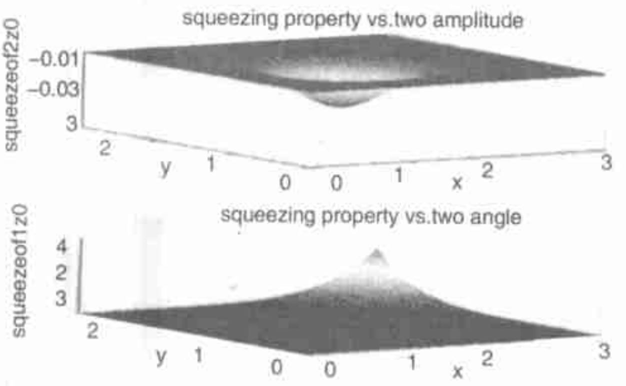

图 1 两正交相位分量的压缩随 $|f_1(x,y,z)|$ 和 $|f_2(x,yz)|$ 变化情况

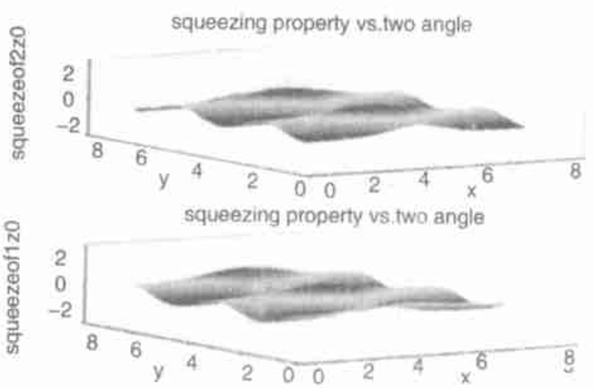

图 2 两正交相位分量的压缩随 $(\theta^{(f)}-\theta^{(f)}2)$ 和 $N_i\varphi_i(x,y,z)$ 的变化情况

式中 N_j 为第 j 模光场的压缩次数，$\varphi_j(x,y,z)$ 为第 j 模光场的经典初试相位，$(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})$ 为态间的初始相位差。

3 不等幂次 N_j—H 最小测不准态与不等幂次 N_j 次方 H 压缩效应

3.1 各模压缩次数之和为偶数的情形

当各模的压缩次数之和 $\sum_{j=1}^{q}N_j=2l(l=1,2,3,\cdots,\cdots)$ 时，(7)式可进一步化为

$$4<\Delta H_2^2(N_j)_q>-<[B_q(N_j),B_q^{+}(N_j)]>=0 \tag{8}$$

可见，在各模压缩次数之和取偶数的条件下，态 $|\Psi_{(f)}^{(2)}>_q$ 恒处于广义非性不等幂次 N_j—H 最小测不准态，而不存在任何压缩效应。

3.2 各模压缩次数之和为奇数的情形

当各模的压缩次数之和 $\sum_{j=1}^{q}N_j=2l+1(l=1,2,3,\cdots,\cdots)$ 时，(8)式可进一步化为

$$4<\Delta H_2^2(N_j)_q>-<[B_q(N_j),B_q^{+}(N_j)]>$$
$$=2\prod_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^{2N_j}\{1-4r_1^{(f)}r_2^{(f)}\cos(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})\cdot\exp[-2\sum_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^2]-\cos\{2\sum_{j=1}^{q}[N_j\varphi_j(x,y,z)]\}-2\{[r_1^{(f)2}-r_2^{(f)2}]\sin\{\sum_{j=1}^{q}[N_j\varphi_j(x,y,z)]\}+2r_1^{(f)}r_2^{(f)}\cos\{\sum_{j=1}^{q}[N_j\varphi_j(x,y,z)]\}\sin(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})\cdot\exp[-2\sum_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^2]\}^2\} \tag{9}$$

在这种情况下，如果各模的压缩次数与该模经典初始相位乘积之和进一步满足

$$\sum_{j=1}^{q}[N_j\varphi_j(x,y,z)] = n\pi \quad (n\text{ 为整数}) \tag{10}$$

则(9)式可进一步化为:

$$4<\Delta H_2^2(N_j)_q>-<[B_q(N_j),B_q^{+}(N_j)]>$$

$$=-8\prod_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^{2N_j} r_1^{(f)} r_2^{(f)}\exp[-2\sum_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^2]\{\cos(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})$$

$$+2r_1^{(f)} r_2^{(f)}\exp[-2\sum_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^2]\sin^2(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})\} \tag{11}$$

在(11)式中如果态间的初始相位差满足条件

$$(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})\in[2n\pi-\pi/2,2n\pi+\pi/2] \tag{12}$$

则

$$4<\Delta H_1^2(N_j)_q>-<[B_q(N_j),B_q^{+}(N_j)]><0 \tag{13}$$

这就表明,在上述条件下,态$|\Psi_{(f)}^{(2)}>_q$ 的广义电场分量(即第二正交相位分量)存在广义非线性不等幂次 N_j 次方 H 压缩效应。此外,由(11)式还可以看出:其压缩程度和压缩深度分别与两态叠加的几率幅 $r_1^{(f)}$ 和 $r_2^{(f)}$、压缩次数 N_j、腔模总数 q、第 j 模泛函相干态光场的经典强度$|f_j(x,y,z)|^2$和经典振幅$|f_j(x,y,z)|$、以及各模的经典初始相位 $\varphi_j(x,y,z)$和态间的初始相位差$(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})$等呈很强的非线性关联。

为便于比较,在此我们给出了两幅图。其中,图 1 为 $q=3$、$r_1^{(f)}=r_2^{(f)}$、$(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})=\pi/4$、各模的 $N_j=3(j=1,2,3)$、$|f_3(x,y,z)|=1.5$、$\sum_{j=1}^{q}[N_j\varphi_j(x,y,z)]=0$ 时两正交相位分量的压缩随$|f_1(x,y,z)|$(x 表示)和$|f_2(x,y,z)|$(y 表示)变化情况。图 2 表示 $q=2$、$N_1=2$、$N_2=5$、$r_1^{(f)}=r_2^{(f)}$、$|f_j(x,y,z)|=0.5(j=1,2)$时两正交相位分量的压缩随$(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})$($x$ 表示)和$\sum_{j=1}^{q}[N_j\varphi_j(x,y,z)]$($y$ 表示)变化情况。每幅图的上部为广义电场分量,下部是广义磁场分量。可以看出,态$|\Psi_{(f)}^{(2)}>_q$ 的广义磁场分量和广义电场分量这两者的 N_j 次方 H 压缩效应随相位总是呈现出周期性的对称互补关系。

4　结论

综上所述,可得以下 3 点结论:

(1)当各模的压缩次数之和$\sum_{j=1}^{q}N_j$ 为偶数时,态$|\Psi_{(f)}^{(2)}>_q$ 可恒处于 N_j-H 最小测不准态。不存在任何压缩效应。

(2)当各模的压缩次数之和$\sum_{j=1}^{q}N_j$ 为奇数时,在这种情况下,如果各模压缩次数与该模的经典初始相位乘积之和$\sum_{j=1}^{q}[N_j\varphi_j(x,y,z)]$的取值满足式(10)、态间的经典初始相位差$(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})$满足式(12)式,则在这种情况下态$|\Psi_{(f)}^{(2)}>_q$ 的广义电场分量存在任意不等幂次广义非线性 N_j 次方 H 压缩效应。

(3)态$|\Psi_{(f)}^{(2)}>_q$ 的不等幂次 N_j 次方 H 压缩效应的压缩程度和压缩深度与两态叠加的几率幅 $r_1^{(f)}$ 和 $r_2^{(f)}$、压缩次数 N_j、腔模总数 q、第 j 模泛函相干态光场的经典强度$|f_j(x,y,z)|^2$ 和经典振幅$|f_j(x,y,z)|$、多模泛函相干态光场的总的经典强度$\sum_{j=1}^{q}|f_j(x,y,z)|^2$、以及各模的经典初始相位 $\varphi_j(x,y,z)$和态间的经典初始相位差$(\theta_1^{(f)}-\theta_2^{(f)})$等呈很强的非线性关联。

参考文献

〔1〕 杨志勇,侯洵.一种双模叠加态光场的两种非线性高阶压缩效应〔J〕.光子学报,1998,27(4):289-299.

〔2〕 侯洵,杨志勇.第Ⅰ类两态叠加多模叠加态光场的非线性高阶压缩特性研究〔J〕.光子学报,1998,27(10):865-879.

〔3〕 杨志勇,侯洵.多模辐射场的广义非线性高阶差压缩-N 次方 X 压缩的一般理论〔J〕.光子学报,1998,27(12):1065-1069.

〔4〕 杨志勇,侯洵.多模辐射场的广义非线性不等阶高阶压缩的一般理论〔J〕.光子学报,1999,28(5):385-392.

〔5〕 杨志勇,侯洵.量子光学领域中的若干重大进展〔A〕.见:新世纪科学论坛〔C〕.西安:陕西科学技术出版社,1999,125-139.

〔6〕 杨志勇,侯洵.光子学与光子技术对中西部科技经济发展的影响〔J〕.西北大学学报(自然科学版),1998,28(6):475-479,526.

〔7〕 〔日〕广田修著.程希望,苗正培译.光通信理论-量子论基础〔M〕.西安:西安电子科技大学出版社,1991,1-228.

〔8〕 杨志勇,孙中禹,胡艳芳等.第Ⅱ类三态叠加多模叠加态光场等幂次 2m+1 次方 Y 压缩〔J〕.光子学报,2002,29(6):785-790.

〔9〕 孙中禹,陈光德,杨志勇等.态|Ψ-3~((3))>q 中广义电场分量的等幂次 N 次方 Y 压缩特性〔J〕.激光杂志,2003,24(2):35-37.

〔10〕 许定国,安毓英,夏聪玲.四态叠加多模叠加态光场的等幂 N 次方 H 压缩〔J〕.陕西师范大学学报(自然科学版),2003,31(2):55-59.

〔11〕 王菊霞,杨志勇,侯洵,申正民.两类新型多模叠加态光场的二阶不等幂次 Nj 次方 H 压缩〔J〕.量子电子学报,2002,19(5):450-456.

〔12〕 孙中禹,陈光德,杨志勇等.第Ⅲ类 3 态叠加多模叠加态光场不等幂次 Y 压缩〔J〕.光电子,激光,2003,14(2):201-205.

〔13〕 沈华嘉.激发对相干态的等阶 Y 压缩效应〔J〕.光子学报,2003,32(7):879-881.