DOI:10.13467/j.cnki.jbuns.2002.03.002

第22卷 第3期 宝鸡文理学院学报(自然科学版) Vol.22 No.3
2002年9月 Journal of Baoji College of Arts and Science(Natural Science) Sept.2002

两类新型MSCS光场的N_j次不等阶Y压缩*

王菊霞[1],杨志勇[2,3],申正民[4],侯 洵[2,5]

(1.渭南师范学院 物理系,陕西 渭南 714000;2.西北大学 光子学与光子技术研究所,陕西 西安 710069;
3.西北大学 现代物理研究所,陕西 西安 710069;4.渭南市设计处 电气组,陕西 渭南 714000;
5.中国科学院 西安光学精密机械研究所,陕西 西安 710068)

摘 要:首次研究了两类多模薛定谔猫态(MSCS)光场:$|\Psi_+^{(2)}\rangle_q$和$|\Psi_-^{(2)}\rangle_q$的不等阶N_j次方Y压缩特性。结果揭示了两态之间具有压缩相似及简并的性质;在各模压缩阶数$N_j(j=1,2,3,\cdots,q)$分别取$4m_j$、$4m_j+1$、$4m_j+2$以及$4m_j+3(m_j=0,1,2,3,\cdots)$的情况下,随着各模初始相位的变化,加上其它某些量子化或连续性条件,两类MSCS均可呈现出周期性变化的任意不等阶N_j次方Y压缩效应。说明态$|\Psi_+^{(2)}\rangle_q$与$|\Psi_-^{(2)}\rangle_q$是两种典型的多模非经典光场。

关键词:多模薛定谔猫(Schrödinger-cat)态光场;不等阶N_j次方Y压缩;相似压缩;压缩简并;多模非经典光场

中图分类号:O431 **文献标识码**:A **文章编号**:1007-1261(2002)03-0161-04

The properties of unequalled-order N_j-th power Y-squeezing in the two new kinds multimode Schrödinger cat state light fields

WANG Ju-xia[1],YANG Zhi-yong[2,3],SHEN Zheng-min[4],HOU Xun[2,5]

(1.Dept. Phys.,Weinan Teachers College,Weinan 714000,Shaanxi,China;
2.Inst.Photonics & Photon-Tech.,Northwest Univ.,Xi'an 710069,Shaanxi,China;
3.Inst. Modern Phys.,Northwest Univ.,Xi'an 710069,Shaanxi,China;
4.Electricity Group,Weinan Design Inst.,Weinan 714000,Shaanxi,China;
5.Xi'an Inst.Optics & Precision Mech.,Chin.Acad.Sci.,Xi'an 710068,Shaanxi,China)

Abstract:The properties of unequalled-order N_j-th power Y-squeezing in the two new kind multimode Schrödinger state(MSCS) light fields: $|\Psi_+^{(2)}\rangle_q$ and $|\Psi_-^{(2)}\rangle_q$ are studied firstly in detail.It's result reveals that the squeezing properties of similitude and degenrate between the two kind states mentioned above,With the initial phase $\varphi_j(j=1,2,3,\cdots,q)$ changing,and else some quantization or continuity conditions,the two kinds MSCS present periodically any unequalled-order N_j-th power Y-squeezing effect in the case of squeezing order N_j of each mode is equal to $4m_j$, $4m_j+1$, $4m_j+2$ and $4m_j+3(m_j=0,1,2,3,\cdots)$ respectively.It is demonstrated that the state $|\Psi_+^{(2)}\rangle_q$ and $|\Psi_-^{(2)}\rangle_q$ are two kinds of typical multimode nonclassical light fields.

Key words:multimode Schrödinger cat state light fields;unequalled-order N_j-th power Y-squeezing;Similitude squeezing;squeezing degenrate;multimode nonclasical light field

MSC2000:81S99

收稿日期:2001-12-16.E-mail:wnwjx@btamail.net.cn

基金项目:陕西省自然科学基金(2001SL4);陕西省教委专项科研基金(99JK091);渭南师院科研基金资助项目(01YKF001)

作者简介:王菊霞(1965-),女,陕西合阳人,副教授,研究方向:量子光学、非线性光学等.
杨志勇(1962-),男,陕西潼关人,博士后,硕士生导师,研究方向:激光物理、量子光学、信息光学等.
侯 洵(1936-),男,陕西西安人,中科院院士,博士生导师,研究方向:高速摄影、瞬态光学等.

多模压缩态理论的建立[1～4]，为人们进一步深入开展多模压缩态领域的理论研究、实践技术研究、多模光压缩器件的开发与研制等奠定了坚实的理论基础[5～10]。多模压缩态理论，主要包括两个方面内容：多模辐射场的广义非线性等阶高阶压缩理论[1～3]和多模辐射场的广义非线性不等阶高阶压缩理论[4]。而各模压缩阶数不相等的各种压缩效应更接近于实际工程，便于实验的操作，亦有利于多模光压缩器件的开发与研制。因此，本文利用多模不等阶压缩态理论[4]，首次研究了两类新型 MSCS 光场的不等阶 N_j 次方 Y 压缩特性。通过大量的推算、分析得知，压缩阶数 $N_j(j=1,2,3,\cdots,q)$、各模初始相位 $\varphi_j(j=1,2,3,\cdots,q)$、压缩参数 $R_j(j=1,2,3,\cdots,q)$ 以及态间初始相位差 $\theta_{\pm}^{(0)}-\theta_{\pm}^{(R)}$ 等因素满足一定的量子化或连续性条件时，两类多模叠加态均可呈现出周期性变化的、任意不等阶 N_j 次方 Y 压缩效应；并且，两类多模叠加态之间表现出非常相似的压缩情况，甚至完全相同的压缩简并情况，这将为实验研究提供了可靠的理论依据。

1　两类态的基本结构

多模真空态 $|\{0_j\}\rangle_q$、多模虚共轭相干态 $|\{iZ_j^*\}\rangle_q$ 及多模虚共轭相干态的相反态 $|\{-iZ_j^*\}\rangle_q$ 是三种截然不同、宏观上可分辨的量子态，由它们的线性叠加构造成新的量子态 $|\Psi_{+}^{(2)}\rangle_q$ 和 $|\Psi_{-}^{(2)}\rangle_q$ 实质属于两种典型的两态叠加多模薛定谔猫(Schrödinger-cat)态光场[6,7]。态 $|\Psi_{+}^{(2)}\rangle_q$ 和 $|\Psi_{-}^{(2)}\rangle_q$ 的数学表达式如下：

$$|\Psi_{+}^{(2)}\rangle_q = C_{+}^{(R)}\,|\{iZ_j^*\}\rangle_q + C_{+}^{(0)}\,|\{0_j\}\rangle_q \qquad (1a)$$

$$|\Psi_{-}^{(2)}\rangle_q = C_{-}^{(R)}\,|\{-iZ_j^*\}\rangle_q + C_{-}^{(0)}\,|\{0_j\}\rangle_q \qquad (1b)$$

式中：

$$C_{+}^{(R)} = r_{+}^{(R)}\exp[i\theta_{+}^{(R)}];\ C_{+}^{(0)} = r_{+}^{(0)}\exp[i\theta_{+}^{(0)}] \qquad (2a)$$

$$C_{-}^{(R)} = r_{-}^{(R)}\exp[i\theta_{-}^{(R)}];\ C_{-}^{(0)} = r_{-}^{(0)}\exp[i\theta_{-}^{(0)}] \qquad (2b)$$

$$Z_j = R_j\exp[i\varphi_j](j=1,2,3,\cdots,q) \qquad (3)$$

$$|\{iZ_j^*\}\rangle_q = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{q}|Z_j^*|^2\right)\right]\cdot\sum_{\{n_j\}=0}^{\infty}\left\{\prod_{j=1}^{q}\left[\frac{(iZ_j^*)^{n_j}}{\sqrt{n_j!}}\right]\right\}|\{n_j\}\rangle_q \qquad (4a)$$

$$|\{-iZ_j^*\}\rangle_q = \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{q}|Z_j^*|^2\right)\right]\cdot\sum_{\{n_j\}=0}^{\infty}\left\{\prod_{j=1}^{q}\left[\frac{(-iZ_j^*)^{n_j}}{\sqrt{n_j!}}\right]\right\}|\{n_j\}\rangle_q \qquad (4b)$$

$$|\{0_j\}\rangle_q = |0_1,0_2,0_3,\cdots,0_{q-1},0_q\rangle \qquad (5)$$

其中 $|\{n_j\}\rangle_q = |n_1,n_2,n_3,\cdots,n_{q-1},n_q\rangle$ 为多模光子数态，q 为光场的腔模(即纵模)总数。两态的正交归一化条件为

$$\langle\Psi_{+}^{(2)}|\Psi_{+}^{(2)}\rangle_q = r_{+}^{(R)2} + r_{+}^{(0)2} + 2r_{+}^{(R)}r_{+}^{(0)}\cdot\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{q}R_j^2\right)\right]\cdot\cos[\theta_{+}^{(0)}-\theta_{+}^{(R)}] = 1 \qquad (6a)$$

$$\langle\Psi_{-}^{(2)}|\Psi_{-}^{(2)}\rangle_q = r_{-}^{(R)2} + r_{-}^{(0)2} + 2r_{-}^{(R)} + r_{-}^{(0)}\cdot\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{q}R_j^2\right)\right]\cdot\cos[\theta_{-}^{(0)}-\theta_{-}^{(R)}] = 1 \qquad (6b)$$

2　一般理论结果

依据有关多模辐射场不等阶 N_j 次方 Y 压缩的定义[4]及本文(1)～(6)式，经过大量运算可求得两类新型叠加态有关 N_j 次方 Y 压缩的一般理论结果，其中第一正交分量为

$$\begin{aligned}
G_1 ={}& 4\langle\Delta Y_1^2(N_j)_q\rangle - \langle[A_q(N_j),A_q^{+}(N_j)]\rangle = 2\langle\sum_{j,j'=1}^{q}a_j^{+N_j}a_{j'}^{N_{j'}}\rangle + \langle\sum_{j,j'=1}^{q}a_j^{+N_j}a_{j'}^{+N_{j'}} + \sum_{j,j'=1}^{q}a_j^{N_j}a_{j'}^{N_{j'}}\rangle - \\
&\langle\sum_{j=1}^{q}a_j^{+N_j} + \sum_{j=1}^{q}a_j^{N_j}\rangle^2 = \frac{2}{q}\Big\{r_{\pm}^{(R)2}\Big\{\sum_{j=1}^{q}R_j^{2N_j} + 2\sum_{j=1}^{q-1}\sum_{j'=j+1}^{q}R_j^{N_j}R_{j'}^{N_{j'}}\cos[(N_j\varphi_j - N_{j'}\varphi_{j'}) \mp (N_j - N_{j'})\frac{\pi}{2}]\Big\} + \\
&r_{\pm}^{(R)2}\left\{\sum_{j=1}^{q}\{(-1)^{N_j}R_j^{2N_j}\cos(2N_j\varphi_j)\} + 2\sum_{j=1}^{q-1}\sum_{j'=j+1}^{q}\{R_j^{N_j}R_{j'}^{N_{j'}}\cos[(N_j\varphi_j + N_{j'}\varphi_{j'}) \mp (N_j + N_{j'})\frac{\pi}{2}]\}\right\} + \\
&r_{\pm}^{(R)}r_{\pm}^{(0)}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{q}R_j^2\right)\right]\left\{\sum_{j=1}^{q}\{(-1)^{N_j}R_j^{2N_j}\cos[2N_j\varphi_j + (\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)})]\} + \right. \\
&\left. 2\sum_{j=1}^{q-1}\sum_{j'=j+1}^{q}\left\{R_j^{N_j}R_{j'}^{N_{j'}}\cos[(N_j\varphi_j + N_{j'}\varphi_{j'}) \mp (N_j + N_{j'})\frac{\pi}{2} + (\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)})]\right\}\right\} - \\
&2\Big\{r_{\pm}^{(R)2}\Big\{\sum_{j=1}^{q}R_j^{N_j}\cos[N_j(\varphi_j \mp \frac{\pi}{2})]\Big\} + r_{\pm}^{(R)}r_{\pm}^{(0)}\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{q}R_j^2\right)\right]\Big\{\sum_{j=1}^{q}R_j^{N_j}\cos[N_j(\varphi_j \mp \frac{\pi}{2}) + \\
&(\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)})]\Big\}\Big\}^2\Big\}
\end{aligned} \qquad (7a)$$

第二正交分量的一般理论结果为

$$G_2 = 4\langle \Delta Y_2^2(N_j)_q\rangle - \langle [A_q(N_j), A_q^{+}(N_j)]\rangle = 2\langle \sum_{j,j'=1}^{q} a_j^{+N_j} a_{j'}^{N_{j'}}\rangle - \langle \sum_{j,j'=1}^{q} a_j^{+N_j} a_{j'}^{+N_{j'}} + \sum_{j,j'=1}^{q} a_j^{N_j} a_{j'}^{N_{j'}}\rangle +$$
$$\langle \sum_{j=1}^{q} a_j^{+N_j} - \sum_{j=1}^{q} a_j^{N_j}\rangle^2 = \frac{2}{q}\Big\{ r_{\pm}^{(R)2}\Big\{\sum_{j=1}^{q} R_j^{2N_j} + 2\sum_{j=1}^{q-1}\sum_{j'=j+1}^{q} R_j^{N_j} R_{j'}^{N_{j'}} \cos\Big[(N_j\varphi_j - N_{j'}\varphi_{j'}) \mp (N_j - N_{j'})\frac{\pi}{2}\Big]\Big\} -$$
$$r_{\pm}^{(R)2}\left\{\sum_{j=1}^{q}\Big[(-1)^{N_j} R_j^{2N_j}\cos(2N_j\varphi_j)\Big] + 2\sum_{j=1}^{q-1}\sum_{j'=j+1}^{q}\Big\{R_j^{N_j} R_{j'}^{N_{j'}}\cos\Big[(N_j\varphi_j + N_{j'}\varphi_{j'}) \mp (N_j + N_{j'})\frac{\pi}{2}\Big]\Big\}\right\} -$$
$$r_{\pm}^{(R)} r_{\pm}^{(0)} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{q} R_j^2\right)\right]\left\{\sum_{j=1}^{q}\Big\{(-1)^{N_j} R_j^{2N_j}\cos\big[2N_j\varphi_j + (\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)})\big]\right\} +$$
$$2\sum_{j=1}^{q-1}\sum_{j'=j+1}^{q}\left\{R_j^{N_j} R_{j'}^{N_{j'}}\cos\Big[(N_j\varphi_j + N_{j'}\varphi_{j'}) \mp (N_j + N_{j'})\frac{\pi}{2} + (\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)})\Big]\right\} -$$
$$2\Big\{ r_{\pm}^{(R)^2}\Big\{\sum_{j=1}^{q} R_j^{N_j}\sin\Big[N_j(\varphi_j \mp \frac{\pi}{2})\Big]\Big\} + r_{\pm}^{(R)} r_{\pm}^{(0)} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{q} R_j^2\right)\right]\Big\{\sum_{j=1}^{q} R_j^{N_j}\sin\Big[N_j(\varphi_j \mp \frac{\pi}{2}) +$$
$$(\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)})\Big]\Big\}\Big\}^2\Big\} \tag{7b}$$

上两式中，对于态 $|\Psi_{+}^{(2)}\rangle_q$ 的一般理论结果取所有"±"或"∓"对应上面的符号；态 $|\Psi_{-}^{(2)}\rangle_q$ 取所有"±"或"∓"对应下面的符号（本文下同）。可见，两个态的一般理论结果形式一致，但取值不完全相同。

3　不等阶 N_j 次方 Y 压缩效应

据多模辐射场的不等阶 N_j 次方 Y 压缩的定义[4]可知：

令 $G_m = 4\langle \Delta Y_m^2(N_j)_q\rangle - \langle [A_q(N_j), A_q^{+}(N_j)]\rangle$

其中 $m = 1, 2$，如果 $G_m < 0$，则称多模辐射场的第 m 个正交分量存在着任意幂次 N_j 次方 X 压缩效应。

3.1　第一正交分量的压缩情况

① 取各模压缩阶数为偶数，即

$$N_j = 4m_j \ (m_j = 1, 2, 3, \cdots)$$
$$\text{或 } N_j = 4m_j + 2 \ (m_j = 0, 1, 2, 3, \cdots) \tag{8}$$

且各模初始相位满足

$$\varphi_j = (2K_j + 1)\pi/2$$
$$(K_j = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots) \tag{9}$$

在态间初始相位差分别符合下列条件时，对应的压缩情况为

a) 当 $\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)} = 2K_\theta\pi$

$$(K_\theta = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots) \tag{10}$$

$$G_1 = -\frac{2}{q} r_{\pm}^{(R)} r_{\pm}^{(0)} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{q} R_j^2\right)\right]\left[\sum_{j=1}^{q} R_j^{N_j}\right]^2 < 0 \tag{11}$$

$$G_2 = \frac{1}{q}\left[\sum_{j=1}^{q} R_j^{N_j}\right]^2\Big\{\big[r_{\pm}^{(R)2} + r_{\pm}^{(0)2}\big] - \big[r_{\pm}^{(R)2} + r_{\pm}^{(0)2}\big]^2 + 4 r_{\pm}^{(R)2} r_{\pm}^{(0)2}\Big\} > 0 \tag{12}$$

式（11）表明，两类新型 MSCS 光场压缩规律相同；差别仅在于 $r_{+}^{(R)}, r_{+}^{(0)}$ 与 $r_{-}^{(R)} r_{-}^{(0)}$ 这两者是否相等；第一正交分量均存在着周期性变化的、任意偶数不等阶 N_j 次方 Y 压缩效应，其压缩深度与两态叠加几率幅的乘积 $r_{\pm}^{(R)} r_{\pm}^{(0)}$ 成正比、与腔模总数 q、压缩阶数 N_j 以及压缩参数 R_j 等呈较强的非线性关联。同时，式（12）表明，第一分量无压缩效应。

b) $\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)} = 2(K_\theta + 1)\pi/2$,

$$(K_\theta = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots) \tag{13}$$

$$G_1 = -\frac{4}{q} r_{\pm}^{(R)2} r_{\pm}^{(0)2} \cdot \exp\left[-\left(\sum_{j=1}^{q} R_j^2\right)\right]\left[\sum_{j=1}^{q} R_j^{N_j}\right]^2 < 0 \tag{14}$$

$$G_2 = \frac{4}{q} r_{\pm}^{(R)2} + r_{\pm}^{(0)2}\left[\sum_{j=1}^{q} R_j^{N_j}\right]^2 > 0 \tag{15}$$

可以看出：这两种情况下，两类态的第一正交分量压缩程度与叠加几率幅乘积的平方 $[r_{\pm}^{(R)} r_{\pm}^{(0)}]^2$ 成正比、与 q、N_j 以及 R_j 等呈更强的非线性关联。

c) $\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)} \in [2K_\theta\pi - \pi/2, 2K_\theta\pi + \pi/2]$ $(K_\theta = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots)$ (16)

$$G_1 = -\frac{2}{q} r_{\pm}^{(R)} r_{\pm}^{(0)} \cdot \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{q} R_j^2\right)\right]\left[\sum_{j=1}^{q} R_j^{N_j}\right]^2 \cdot \Big\{\cos(\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)}) + 2 r_{\pm}^{(R)} r_{\pm}^{(0)} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\sum_{j=1}^{q} R_j^2\right)\right]\sin^2(\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)})\Big\} < 0 \tag{17}$$

而 G_2 同式（12），即 $G_2 > 0$。显然，第一分量的压缩不仅出现在（10）、（13）所示的量子化条件下，而且在（16）式的闭区间内。

② 取各模压缩阶数为奇数，即

$$N_j = 4m_j + 1 \text{ 或 } N_j = 4m_j + 3 \ (m_j = 0, 1, 2, 3, \cdots) \tag{18}$$

$$\text{且 } \varphi_j = K_j\pi \ (K_j = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \cdots) \tag{19}$$

当 $\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)}$ 分别满足式（10）、（13）和（16）的

三种情况下，计算可得 G_1、G_2 分别与式(11)、(12)；(14)、(15) 和(17)、(12) 形式上相同。

可见，在上述情况下，仍然有 $G_1 < 0$；$G_2 > 0$，即两类态的第一分量均存在周期性变化的、任意奇数阶不等阶 N_j 次方 Y 压缩效应。

3.2　第二正交分量的压缩情况

① 如果各模压缩阶数 N_j 满足式(8)，各模初始相位 φ_j 满足式(19)，态间初始相位差 $\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)}$ 分别符合式(10)、(13)、(16) 所示条件，可求得两类态均有 $G_1 > 0$；$G_2 < 0$，说明 N_j 取偶数，φ_j 为 π 的任意整数倍时，加上 $\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}$ 满足特定条件，那么，第二分量总是存在任意偶数不等阶 N_j 次方 Y 压缩效应，其压缩程度与 3.1 的条件 ① 对应的第一分量压缩程度完全相同。

② 若 N_j 满足式(18)；φ_j 满足式(9)；$\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)}$ 分别符合(10)、(13)、(16)，计算得知：两类态的第二分量呈现出周期性变化的、任意奇数阶不等阶 N_j 次方 Y 压缩效应。而第一分量在这种情况下不存在压缩效应。

由以上还可看出：两个正交分量呈现相同程度压缩对应的 $\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)}$ 条件相同，而 N_j 和 φ_j 恰好相反，即它们存在周期性的互补压缩关系。

3.3　压缩的相似及简并性质

对上述 3.1 及 3.2 的计算过程、结果进行详细地比较分析，清楚地了解到：态 $|\Psi_+^{(2)}\rangle_q$ 与 $|\Psi_-^{(2)}\rangle_q$ 的一般理论结果及压缩情况形式上完全相同，主要区别在于叠加系数的取值不同。即，两类宏观上可分辨的不同的 MSCS 光场，当 $r_+^{(R)} \neq r_-^{(R)}$，$r_+^{(0)} \neq r_-^{(0)}$ 时二者对应的压缩条件、压缩规律、压缩特点完全相同，而压缩深度不同，据文献[8]对等阶 N 次方 Y 压缩效应中"相似压缩"及"压缩简并"的严格界定，对其推广，把这种现象称为不等阶 N_j 次方 Y"相似压缩"；如果 $r_+^{(R)} = r_-^{(R)}$，$r_+^{(0)} = r_-^{(0)}$ 时，二者压缩情况完全相同，则称其为"压缩简并"。可见，随着叠加系数取值的变化，两态之间的相似性可以转化为简并性。

4　结论

1) 两类新型 MSCS 光场 $|\Psi_+^{(2)}\rangle_q$ 与 $|\Psi_-^{(2)}\rangle_q$ 属于两类典型的非经典光场。二者的压缩情况在形式上完全相同：当各模压缩阶数 N_j、各模初始相位 φ_j、态间初始相位差 $\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)}$ 等分别满足各自的相关条件时，两类态均可呈现出周期性变化的、任意不等阶 N_j 次方 Y 压缩效应；且两个正交分量之间总是存在周期性的互补压缩关系；一般而言，不同态或同一态的不同阶的压缩效应既相互独立、又可以同时存在。

2) 态 $|\Psi_+^{(2)}\rangle_q$ 与 $|\Psi_-^{(2)}\rangle_q$ 这两者的不等阶 N_j 次方 Y 压缩效应具有相似和简并性质。当组成叠加态对应复几率幅取值不相等时，两态便会呈现不等阶 N_j 次方 Y 相似压缩；当几率幅相等时，相似压缩过渡到压缩简并。

3) 进一步地分析可知，φ_j、N_j 及 $\theta_{\pm}^{(0)} - \theta_{\pm}^{(R)}$ 的取值情况是决定态 $|\Psi_+^{(2)}\rangle_q$ 与 $|\Psi_-^{(2)}\rangle_q$ 是否呈现 N_j 次方 Y 压缩的关键。这三者的取值反映了模间及态间的量子干涉行为。因此，态间的量子干涉效应和模间的量子干涉效应的存在，是导致态 $|\Psi_+^{(2)}\rangle_q$ 与 $|\Psi_-^{(2)}\rangle_q$ 分别呈现周期性变化、任意不等阶 N_j 次方 Y 压缩效应的根本原因。

参考文献：

[1]　杨志勇，侯洵. 一种双模叠加态光场的两种非线性高阶压缩性研究[J]. 光子学报，1998，27(4)：289-299.

[2]　侯洵，杨志勇. 第 I 类两态叠加多模叠加态光场的非线性高阶压缩特性研究[J]. 光子学报，1998，27(10)：865-878.

[3]　杨志勇，侯洵. 多模辐射场的广义非线性高阶差压缩——N 次方 X 压缩的一般理论[J]. 光子学报，1998，27(12)：1 065-1 069.

[4]　杨志勇，侯洵. 多模辐射场的广义非线性不等阶高阶压缩的一般理论[J]. 光子学报，1999，28(5)：385-392.

[5]　王菊霞. 光场的压缩与高阶压缩[J]. 渭南师专学报(自然科学版)，1999，14(5)：15-20.

[6]　WU Jin-wei，GUO Guang-can. Geometric phases and Schrödinger cat state[J]. *Acta Physica Sinica*，1995，4(6)：406-419.

[7]　吴锦伟，郭光灿. "薛定谔猫"——宏观量子叠加态[J]. 物理，1995，24(5)：269-273.

[8]　侯洵，杨志勇，许定国，等. 第Ⅲ类及第Ⅳ类两态叠加多模叠加态光场的等阶 N 次方 Y 压缩与等到阶 N 次方 H 压缩——兼论"相似压缩"与"压缩简并"现象[J]. 光子学报，2000，29(5)：285-395.

[9]　王菊霞，杨志勇，王丽军，等. 多模虚共轭相干态的相反态与多模真空态的叠加态的等阶 N 次方 Y 压缩[J]. 量子光学学报，2001，7(3)：118-123.

[10]　赖振讲，刘自信，孙金锋. 高 Q Kerr 介质中非关联双模相干态光场与Ⅴ型三能级原子相互作用系统中光场的等阶 Y 压缩效应[J]. 光子学报，2001，30(4)：391-396.

(校对：李宗红　诸平)