

消像差光栅展宽器中色散量的矩阵分析^{*}

穆参军¹ 袁保庆² 白晋涛¹ 侯 洵^{1,3}

(1 西北大学光子学与光子技术研究所, 陕西省光电子技术重点开放实验室, 西安 710069)
(2 解放军海军后勤学院基础部, 天津 300450)
(3 中国科学院西安光学精密机械研究所, 瞬态光学技术国家重点实验室, 西安 710068)

摘 要 在 $ABCD$ 矩阵基础上, 通过引入角度色散项获得了可以方便描述色散系统的 3×3 阶矩阵方程. 利用这种矩阵方程计算了消像差光栅展宽器中的二阶色散量, 得到的结果与由常规积分法获得的结果相同, 表明采用矩阵方程计算色散系统色散量具有简单方便, 包含信息量大, 可适用于任意结构色散系统等特点.

关键词 角度色散; 光栅展宽; 矩阵方程

中图分类号 TN241 **文献标识码** A

0 引言

随着啁啾脉冲放大 (Chirped-Pulse-Amplification, 简称 CPA) 技术的不断发展, 目前人们已经可以在台面大小的尺寸上产生 20 fs 以下, 峰值功率达到 100TW 的光脉冲, 聚焦能量密度可以达到 10^{20} W/cm², 从而为超快现象和强场物理的研究提供了强有力的工具^[1]. CPA 技术的主要目标就是在尽可能放大飞秒种子脉冲能量的同时使输出光脉冲具有最小的残余基座和尽可能短的脉冲宽度, 为此在实验中一般先使待放大光脉冲通过一个由放大率为 1k 的望远镜隔开的反平行光栅对展宽器^[2], 该展宽器提供的正时间延迟色散使光脉冲在时域内拉长, 经过放大器放大后, 然后再使用可以提供负时间延迟色散的平行光栅对压缩器将脉冲压缩至传输极限脉冲. 在整个实验过程中, 设计结构合理的脉冲展宽器是极为重要的环节, 一方面只有种子脉冲获得足够的展宽量, 才能保证光脉冲在获得充分放大的同时避免非线性效应对脉冲形状的影响以及高峰值光功率对光学元件的损伤; 另一方面, 结构合理的展宽器不会导致压缩器无法补偿的色散失配, 从而最终获得尽可能短的脉冲.

G·Cheriaux^[3]等人于 1996 年设计的消像差光栅展宽器就是一种非常优秀的装置, 这种脉冲展宽器不但易于调节, 不会给光脉冲带来空间啁啾, 而且可以产生最大 70,000 倍^[4]的脉冲展宽比而不引入像散, 因此这种脉冲展宽器在实验中得到了广泛的使用.

Martinez 等人^[2]提出了光栅对展宽-压缩系统中的时间色散源于角度色散的思想, 通过引入角度色散项将著名的 $ABCD$ 矩阵扩展至 3×3 阶矩阵, 并利用该方法计算了光纤传输系统中透射式压缩器中的色散量, 初步显示出该方法的优越性. 本文利用该矩阵对消像差光栅展宽器的色散量进行了计算, 得到的结果与由常规积分法^[5]获得色散量相同, 并显示了其简便性.

1 理论模型

在色散系统中高斯光束的传输与高斯型光脉冲的传输特性是很相近的^[6,7], 因此光脉冲在色散元件中的传输可以采用矩阵方程处理, 并且很容易得出光束传输角度与脉冲光谱频率成分间的关系^[8]. 对于未准直元件的矩阵方程, 我们做了如下规定: 以中心频率光束传输方向为光轴方向, 光束在光轴附近的偏离量由 E 和 F 两项加以描述, 则光束在色散系统中的传输可以由如下矩阵方程表示^[9]

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ x_2' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & E \\ C & D & F \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M & N \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_1' \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中 x 与 x' 如图 1 中定义, $x' = ndx/dz = n\theta$.

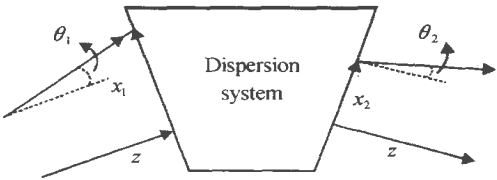


图 1 色散系统的矩阵方程
Fig.1 Matrix fomulism of a dispersion system

式(1)中 2×2 阶亚矩阵 M 就是著名的 $ABCD$ 矩阵, N 为由 E, F 组成的 2×1 阶矩阵矢量. E 表示传输光束在元件上的位置, F 项则引入了附加角度, 因为在色散系统中光束的传输角度与频率有关, 因此,

* 国家“九五”攀登计划预选项目 (项目编号: 95-预-20)
Tel: 029-8303281 Email: cjm007@yahoo.com.cn
收稿日期: 2002-11-21

(C)1994-2023 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

该项将导致有关衍射或者折射的角色散^[10], 入射光束经过元件后的离散量与出射角度就可以用式(1)求出. 由此可见, 只要知道一个色散系统相应元件的矩阵方程即可获得出射光束的信息. 需要注意的是上面给出的矩阵只考虑了 x 方向, 如果要考虑 y 方向则需将上述矩阵扩展至 6×6 阶, 对应的 $ABCD$ 矩阵也要扩展至 4×4 阶^[9].

假设进入色散系统的光脉冲为高斯型分布, 其振幅形式由式(2)给出

$$U_1(x, \omega) = U_1(0) \exp[-j\phi_i(\omega)] \cdot \exp\left\{-jk \frac{[x-x_1(\omega)]^2}{2q} - jkx_1'(\omega)\right\} \quad (2)$$

式中 $k = \omega/c$ 为真空中的波数, x_1 为任意频率成分光束在光学元件上的位置与光轴之间的距离, x_1' 为光束的归一化传输方向, ϕ_i 为初始相位, q 由式(3)决定

$$q^{-1} = R^{-1} - j2/k\sigma_1^2 \quad (3)$$

式中 R 为波前相位的曲率半径, σ_1 为光束束腰半径. 为了得到入射光束经过色散系统的振幅变化, 采用惠更斯积分与 $ABCD$ 矩阵相结合的方法, 同时通过增加一个与 $x F_1$ 成比例的相位项引入角度色散, 于是可以得到输出光束振幅为

$$U_2 = \exp(-jk F_1 x) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{j}{\lambda B_1} U_1(\xi) \cdot \exp\left[-\frac{jk}{2B_1}(A_1 \xi^2 - 2x \xi + D_1 x^2)\right] d\xi \quad (4)$$

需要说明的是, 经过积分获得的一般表达式对 $B_1=0$ 也有效, 经过运算可以得到

$$U_2(x) = \sqrt{\frac{1}{A+B/q}} \exp[-jk\phi_i] \exp\left\{-\frac{jk}{2}\left[\frac{(x-x_2)^2}{q_2} + 2x_2 x + (x_1 x_1' - x_2 x_2' + F_1 x_2)\right]\right\} \quad (5)$$

式中 x_2 与 x_2' 可以由式(1)获得, q_2 由式(6)得出

$$q_2 = (A_1 q_1 + B_1) / (C_1 q_1 + D_1) \quad (6)$$

将式(5)进一步写为

$$U_{out}(x) = \sqrt{\frac{\sigma_{in}}{\sigma_{out}}} U_{in}(0) \exp[-j(\phi_0 + \phi_1 + \phi_2 + \phi_3)] \exp\left\{-jk\left[\frac{(x-x_{out})^2}{2q_{out}} + xx_{out}'\right]\right\} \quad (7)$$

其中 $\phi_0 = k \sum_{i=1}^N L_i n_i$ 给出了平面波光程产生的相位移动, 该项表示色散系统内的物质色散.

ϕ_1 是下式的解

$$\sqrt{\frac{1}{A+B/q_{in}}} = \sqrt{\frac{\sigma_{in}}{\sigma_{out}}} \exp(-j\phi_1) \quad (8)$$

对于高斯光束而言不同频率成分的 k 矢量在空间上存在一种分布, ϕ_1 就是对 ϕ_0 的修正.

$$\phi_2 = k(x_{in} x_{in}' - x_{out} x_{out}')/2 \quad (9)$$

式(9)解释了光束经过色散系统后的空间分布色散. 如果入射光束与出射光束共线, 这一项即为零.

$$\phi_3 = \frac{k}{2} \sum_{i=1}^N F_i x_{i+1} \quad (10)$$

式(10)表示由于角度色散引起的脉冲光谱相位移动.

$$\Phi_{tot} = \phi_0 + \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 \quad (11)$$

$$\phi_4 = \text{Re}\{[k(x-x_{out})^2]/2q_2\} \quad (12)$$

而光脉冲获得的时间色散可以通过下式获得

$$\frac{dT}{d\omega} = \frac{d^2 \Phi_{tot}}{d\omega^2} \quad (13)$$

2 消像差光栅展宽器的色散量计算

消像差光栅展宽器由全反射式望远镜与高效闪耀光栅构成的, 其结构如图 2 所示.

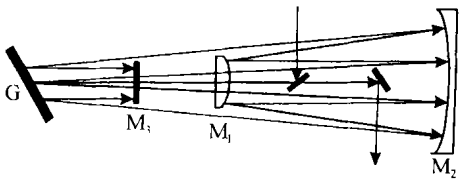


图 2 消像差光栅展宽器结构

Fig.2 Scheme of aberration-free grating stretcher

实验中我们采用两个柱面反射镜代替了球面镜以消除其引入的球差, 其中 M_1 是曲率半径为 0.5 m 的凸柱面镜, M_2 是曲率半径为 1 m 的凹柱面镜, 两个镜子共心放置. 光栅经过望远镜所成的像刚好与光轴共心, 从而保证了光束第二次进入光栅的入射角度与第一次的衍射角度大小相同, 有效消除了系统产生的慧差. 在消像差光栅展宽器中种子脉冲具体的展宽过程为: 种子脉冲以 Littrow 角入射到衍射光栅上, 衍射后的光束经过凹柱面镜反射回凸柱面镜, 然后再反射回凹柱面镜, 最后以同样角度反射回光栅完成一次展宽. 为了复原光斑形状, 一次展宽后的长条形色散光束经过平面镜再按原光路经过光栅进入凹凸反射式望远镜系统, 并在垂直方向上与第一次形成的光斑错开一定的距离. 这样经过第二次展宽以后, 色散光束不仅恢复为圆形光斑, 而且能够方便的反射出展宽器.

采用上述矩阵方程计算整个展宽系统的色散量时, 首先必须确定衍射光栅与望远镜各元件的矩阵表达式. 在此之前我们规定: 光束与主光轴交点的位置都从顶点算起, 凡在顶点右方者, 其间距的数值为正; 反之, 间距数值为负; 光束方向的倾斜角均从主轴算起, 由光轴或者反射点的法线以锐角转动光束, 顺时针为正, 逆时针为负. 该规定均假定光束自左向右传输. 图 3 为光栅展宽器的示意图.

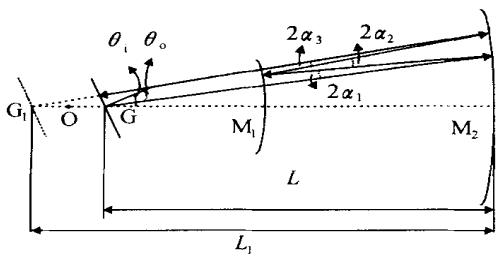


图 3 消像差光栅展宽器
Fig.3 Sketch of aberration free grating stretcher
文献[9]给出了曲面光栅的 3×3 阶矩阵为

$$\begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ -2/R_{gs} & D_1 & F_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{14}$$

其中 $A_1 = D_1^{-1} = \cos \theta_o / \cos \theta_i$; $F_1 = \frac{-2\pi c \Delta \omega}{d \omega^2 \cos \theta_o}$; $R_{gs} = \frac{2}{\cos \theta_i + \cos \theta_o} R_g$, 式中 θ_i 与 θ_o 分别为光束在光栅上的入射角与衍射角, R_g 为曲面光栅的曲率半径. 由于实验中使用的是平面光栅, 因此有 $R_g \rightarrow \infty$, 另外抛物柱面镜 y 方向的曲率半径为 $R_y \rightarrow \infty$, 于是望远镜中的柱面镜只取弧矢面的矩阵

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 \cos \beta / R_s & 1 \end{bmatrix} \tag{15}$$

式中 R_s 为弧矢面的曲率半径(对于凸柱面镜 $R_s < 0$, 凹柱面镜 $R_s > 0$), β 为光束与曲面法线的夹角, 因此望远镜系统的传输矩阵的亚矩阵 M 为

$$\begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -L_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{\cos \alpha_3}{R_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & f \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{2 \cos \alpha_2}{R_2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -f \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2 \cos \alpha_1}{R_1} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{16}$$

上式中 L_1, L 以及 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 分别如图 3 所示, 需要说明的是因为 L_1 对应的光束方向向左, 因此与 L 符号相反.

如果计算式(16)时只考虑至一阶项, 可以得到

$$\begin{bmatrix} A' & B' \\ C' & D' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & L-L_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{17}$$

其中根据逐次成像法计算得到 $L_1 = 4f - L$, f 为凹柱面镜的焦距.

因此对于整个展宽器而言, 传输矩阵为

$$\begin{bmatrix} A & B & E \\ C & D & F \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 & E_2 \\ C_2 & D_2 & F_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A' & B' & 0 \\ C' & D' & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} A_1 & B_1 & E_1 \\ C_1 & D_1 & F_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{18}$$

因为光束第二次进入光栅的入射角与第一次通过光栅的衍射角相同, 相应的有

$$A_2 = \frac{1}{D_2} = \frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_o}; F_2 = \frac{-2\pi c \Delta \omega}{d \omega^2 \cos \theta_i} \tag{19}$$

经过计算可以得到

$$\begin{aligned} A &= A_1 A_2 A' = 1 \\ B &= A_2 D_1 B' = (\cos \theta_i / \cos \theta_o)^2 (L - L_1) \\ C &= A_1 D_2 C' = 0 \\ D &= D_1 D_2 D' = 1 \\ E &= A_2 B' F_1 = \left[\frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_o} \right] \left[\frac{-2\pi c \Delta \omega}{d \omega^2 \cos \theta_o} \right] (L - L_1) \\ F &= D_2 D' F_1 + F_2 = \left[\frac{\cos \theta_o}{\cos \theta_i} \right] \left[\frac{-2\pi c \Delta \omega}{d \omega^2 \cos \theta_o} \right] + \left[\frac{-2\pi c \Delta \omega}{d \omega^2 \cos \theta_i} \right] \end{aligned} \tag{20}$$

根据上述矩阵, 并假定 $x_i = x'_i = 0$, 通过式(1)可知

$$x_{out} = E; x'_{out} = F \tag{21}$$

通过式(8)~(12)就可以计算得到光束经过消像差光栅展宽器的净相位移动. 由于消像差展宽器采用的是反射望远镜系统, 因此整个系统的物质色散为零即 $\phi_0 = 0$, 另外 ϕ_1 和 ϕ_4 与入射光束束腰的具体位置有关, 在该系统中可视为小量而忽略. 因此消像差光栅展宽器的有效相位延迟为

$$\Phi = \phi_2 + \phi_3 \tag{22}$$

根据式(9)与式(10)经过计算可以得到

$$\begin{aligned} \phi_2 &= \left[\frac{-k}{2} \right] EF = \left[\frac{-k}{2} \right] (L - L_1) \left[\frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_o} \right] \left[\frac{-2\pi c \Delta \omega}{d \omega^2 \cos \theta_o} \right] \cdot \left[\left[\frac{\cos \theta_o}{\cos \theta_i} \right] \left[\frac{-2\pi c \Delta \omega}{d \omega^2 \cos \theta_o} \right] \left[\frac{-2\pi c \Delta \omega}{d \omega^2 \cos \theta_i} \right] \right] \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned} \phi_3 &= \left[\frac{k}{2} \right] (F_1 x_2 + F_2 x_3 + F_3 x_{out}) = \\ &= \frac{k}{2} \left[\frac{-2\pi c \Delta \omega}{d \omega^2 \cos \theta_i} \right] \left[\frac{\cos \theta_i}{\cos \theta_o} \right] \left[\frac{-2\pi c \Delta \omega}{d \omega^2 \cos \theta_o} \right] (L - L_1) \end{aligned} \tag{24}$$

上式利用了式(18)以及 $x_i = x'_i = 0$. 将式(23), (24)代入式(22)并 ω 求导数有

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \Phi}{d \omega^2} &= (-k) \left[\frac{-2\pi c}{d \omega^2 \cos \theta_o} \right]^2 (L - L_1) = \\ &= -\frac{\lambda^3}{2\pi c^2 d^2 \cos^2 \theta_o} (L - L_1) \end{aligned} \tag{25}$$

根据前面的符号规定有 $(L - L_1) < 0$, 表示像光栅与物光栅间的距离即展宽器的有效色散距离, 这一结果与由常规积分法求得的二阶色散量的表达式完全一致^[5].

3 结论

由上述分析与计算可以明显看出, 通过矩阵方

程与衍射积分相结合可以很方便地求出消像差光栅展宽器的二阶色散量. 与常规的衍射积分法计算光学系统色散量相比, 该方法避免了大量的积分计算, 并且获得的色散系统的相位移动并非简单地通过计算光程差得到的, 而是通过与衍射积分相结合在考虑了所有相位变化对光脉冲的影响后得到的, 所以包含了更多的色散信息, 另外该方法用于计算色散量时不受色散系统结构的限制, 并可用于计算反射式光栅压缩器中的色散量^[10]. 需要强调的是, 尽管人们一般认为Ti:Sapphire 飞秒激光器输出的光脉冲形状更接近 sech^2 型分布, 但是由于 Gauss 型光脉冲与 sech^2 型光脉冲的色散致展宽的定性趋势是一致的^[11], 因此在计算中假设光脉冲形状为 Gauss 型是合理的.

参考文献

1 Yamakawa K, Aoyama M, Matsuoka S, *et al.* 100-TW sub-20-fs Ti:Sapphire laser system operating at a 10-Hz repetition rates. *Opt Lett*, 1998, **23**(18):1486~1488

2 Martinez O E, Gordon J P, Fork R L. Negative group velocity dispersion using refraction. *J Opt Soc Amer A*, 1984, **A1**(10):1003~1006

3 Cheriaux G, Rousseau P, Salin F, *et al.* Aberration-free stretcher design for ultrashort-pulse amplification. *Opt lett*, 1996, **21**(6):414~416

4 魏志义, 张杰, 夏江帆, 等. 高效率太瓦级飞秒掺钛蓝宝石激光装置. 中国科学(A 辑). 2000, **30**(11):1046~1050

Wei Z Y, Zhang J, Xia J F, *et al.* Sience in China (Series A), 2000, **30**(11):1046~1050

5 Stern M, Hreitagr J P, Chase E W. Grating compression of third-order fiber dispersion. *IEEE J Quantum Electron*, 1992, **28**(12):2742~2548

6 Treacy E B. Optical pulse compression with diffraction gratings. *IEEE J Quantum Electron*, 1969, **QE-5**(9):454~460

7 Akhmanov S A, Sukhorov A P, Chirkin A S. Stationary phenomena and space-time analogy in nonlinear optics. *Sov Phys JETP*, 1969, **28**(2):748~757

8 Siegman A E. Lasers. University Science. 1986. 607~609

9 Martinez O E. Matrix formalism for pulse compressors. *IEEE J Quantum Electron*, 1988, **24**(12):2530~2536

10 穆参军, 田丰, 白晋涛, 等. 光栅压缩器中色散的矩阵计算. 光子学报, 2002, **31**(9):1116~1119

Mu C J, Tian F, Bai J T, *et al.* *Acta Photonica Sinica*, 2002, **31**(9):1116~1119

11 Agrawal G P. Nonlinear fiber optics (Third Edition). Academic Press, 2001. 71~72

Matrix Analysis of Dispersion in Aberration-free Grating Stretcher

Mu Canjun¹, Yuan Baoqing², Bai Jintao¹, Hou Xun^{1,3}

¹ Institute of Photonics & Photon-Technology of Northwest University,

Key Laboratory of Photoelectronic Technology of Shaanxi Province, Xi'an 710069, P. R. China

² Department of Basic Courses, Logistics College of the PLA Navy, Tianjin 300450, P. R. China

³ Xi'an Institute of Optics & Precision Mechanics, State Key Laboratory of Transient Optical Technology, The Academy of Science of China, Xi'an 710068, P. R. China

Received date: 2002- 11- 21

Abstract A 3×3 order matrix formalism for describing dispersion system conveniently is achieved by introducing an angular dispersion term based on ABCD matrix formalism. The matrix formalism is used to compute the second order time dispersion of the aberration-free stretcher. The same conclusion as the one achieved using the way of routine integral and ray trace is obtained. It is proven that computing the time delay dispersion of any dispersion systems using matrix formalism not only is convenient but also can offer more information about systems. In addition, this way is suitable for any dispersion systems.

Keywords Angular dispersion; Grating stretching; Matrix formalism



Mu Canjun was born in 1976. He received the B.S. degree from Shannxi Normal University in 1999 and the M.S. degree from Northwest University in 2002. He now is working in Institute of Photonics & Photon-Technology of Northwest University and Key Laboratory of Photoelectronic Technology of Shaanxi. He is interested in generation and amplification of ultrashort pulse and active components of fiber-optics communication.